

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΕΠΑΛ.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1. ΟΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ ΓΕΩ. 65
 A2. ΟΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ ΓΕΩ. 87
 A3. ΟΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ ΓΕΩ. 22
 A4. α.Λ β.Σ γ.Σ δ.Λ ε.Σ

ΘΕΜΑ Β

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1, x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} B1. f'(x) &= \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1 \right)' \\ &= \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 2x - 3 \cdot 1 + 0 \\ &= x^2 - 2x - 3, x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B2. f(x) &= \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1 \\ f'(x) &= x^2 - 2x - 3, x \in \mathbb{R} \\ f'(x) = 0 &\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \\ \Delta &= 4 + 12 = 16 \\ x_{1,2} &= \frac{2 \pm 4}{2} \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \searrow -1 \end{matrix} \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
f'	+	0	-	+
f	$\nearrow$	ΤΜ	ΤΕ	$\nearrow$

Η f είναι
 αυξανουσα όταν
 $x \in (-\infty, -1]$ και $[3, +\infty)$
 και φθίνουσα όταν
 $x \in [-1, 3]$

Η f παρουσιάζει
 τον μέγιστο όταν $x = -1$ με τιμή $f(-1) = \frac{8}{3}$
 τον ελάχιστο όταν $x = 3$ με τιμή $f(3) = -8$

B3. Η εξίσωση θα είναι $y = ax + b$

$$\text{με } x=0$$

$$y = ax + b$$

$$1 = -3 \cdot 0 + b$$

$$b = 1$$

$$y = f(0) = 1$$

$$a = f'(0) = -3$$

$$\text{άρα ε: } y = -3x + 1$$

B4.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -1-3 = -4$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & -2 & -3 & -1 \\ & -1 & 3 & \\ \hline & 1 & -3 & 0 \end{array}$$

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot v_i}{\sum v_i}$$

$$\text{αρα, } \bar{x} = \frac{4+5+4+k+0+3+7}{7} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{23+k}{7} = 4$$

$$\Rightarrow 23+k = 28$$

$$\Rightarrow k = 5$$

$$\Gamma 2. \text{ Για } k=5$$

οι times θα είναι ~~0~~, ~~3~~, ~~4~~, ~~4~~, ~~5~~, ~~5~~, ~~7~~

$$v=7$$

$$\text{αρα } \delta = t_4 = 4$$

$$\downarrow$$

$$\delta$$

$$\Gamma 3. s^2 = \frac{(0-4)^2 + (3-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{7}$$

$$s^2 = \frac{16 + 1 + 0 + 0 + 1 + 1 + 9}{7}$$

$$s^2 = \frac{28}{7}$$

$$s^2 = 4$$

$$\Gamma 4. CV = \frac{s}{\bar{x}}$$

$$\text{αρα, } CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

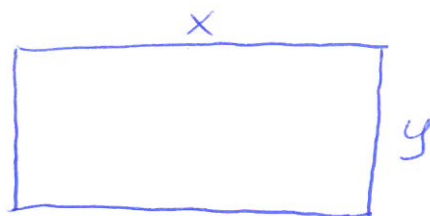
$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$CV > 0,1$$

αρα το δείγμα δεν
είναι ομοιογενές

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι $x \cdot y = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100}{x}$ (1)



$$\Pi(x) = 2x + 2y \stackrel{(1)}{=} 2x + 2 \cdot \frac{100}{x} = 2x + \frac{200}{x}, \quad x > 0$$

Δ2. $\Pi'(x) = 2 - \frac{200}{x^2}$

$$\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2 = \frac{200}{x^2} \Leftrightarrow 2x^2 = 200 \Leftrightarrow$$

$$x^2 = 100 \Leftrightarrow \underline{x = 10} \quad \text{ή} \quad x = -10 \text{ Απορ.}$$

x	$-\infty$	-10	0	10	$+\infty$
$\Pi'(x)$		+	-	-	+
$\Pi(x)$				↘	↗

Η $\Pi(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0, 10]$ και γν. αύξουσα στο $[10, +\infty)$.

Η $\Pi(x)$ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $x = 10$ το

$$\Pi(10) = 2 \cdot 10 + \frac{200}{10} = 20 + 20 = 40. \text{ Για } x = 10 \text{ είναι}$$

$y = \frac{100}{10} = 10$, δηλαδή $x = y = 10$, οπότε το ορθογώνιο είναι τετράγωνο.

Δ3. Για κάθε $x \in (0, 10)$ η $\Pi(x)$ είναι γν. φθίνουσα, οπότε

για κάθε $x_1, x_2 \in (0, 10)$ με $x_1 < x_2 \Rightarrow \Pi(x_1) > \Pi(x_2) \Leftrightarrow$

$$\Pi(x_1) - \Pi(x_2) > 0 \quad \text{και} \quad x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$$

$$\text{Άρα} \quad A = \frac{\Pi(x_1) - \Pi(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$$

Δ4.

$$\text{Είναι } \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x} - 10} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2 - \frac{200}{x^2}}{\sqrt{10x} - 10} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\frac{2x^2 - 200}{x^2}}{\sqrt{10x} - 10} \quad \left(\frac{0}{0}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{(2x^2 - 200)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(\sqrt{10x} - 10)(\sqrt{10x} + 10)} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x^2 - 100)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(\sqrt{10x}^2 - 10^2)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x - 10)(x + 10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(10x - 100)} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x - 10)(x + 10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2 \cdot 10(x - 10)} =$$

$$\frac{2 \cdot (10 + 10) \cdot (\sqrt{10 \cdot 10} + 10)}{10^2 \cdot 10} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 20}{100 \cdot 10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ