ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

Α1: α)

Α2: β)

Α3: δ)

Α4: α)

Α5:

α) ΛΑΘΟΣ

β) ΣΩΣΤΟ

γ) ΣΩΣΤΟ

δ) ΛΑΘΟΣ

ε) ΛΑΘΟΣ

ΘΕΜΑ Β

Β1)

Β1 α) Σωστή απάντηση είναι η iii)

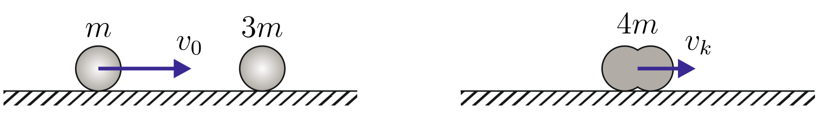
Β1 β)

Κατά την διάρκεια της κρούσης η ορμή του συστήματος διατηρείται, οπότε

$$p_{\text{ολ}}^{\text{Πρίν την κρούση}} = p_{\text{ολ}}^{\text{Μετά την κρούση}} \qquad \text{(B1-1)}$$

Αν υ_k είναι η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση

ΠΡΙΝ ΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ



τότε η εξίσωση Β1-1 γίνεται

$$m\upsilon_0 = (m + 3m)\upsilon_k$$

$$\upsilon_k = \frac{\upsilon_0}{4}$$

Το πηλίκο της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος προς την αρχική κινητική ενέργεια του σώματος m_1 είναι

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ

$$\frac{K'_{ολ}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}(m+3m)\upsilon_k^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2} = \frac{4\,\frac{\upsilon_0^2}{16}}{\upsilon_0^2}$$

$$\frac{K'_{ολ}}{K_1} = \frac{1}{4}$$

άρα σωστή απάντηση είναι η (iii)

Εναλλακτικά

Οι πράξεις είναι λίγο ευκολότερες αν χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση $K = \frac{p^2}{2m}$ όπου p η ορμής ενός σώματος

Απ΄ όπου και επειδή η ορμή διατηρείται προκύπτει

$$\frac{K'_{ολ}}{K_1} = \frac{\frac{{p'}^2}{2(4m)}}{\frac{p^2}{2m}}$$

$$\frac{K'_{ολ}}{K_1} = \frac{1}{4}$$

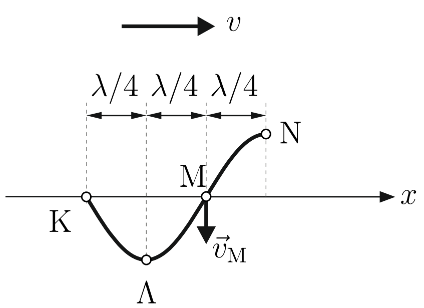
B2)

B2 α) Σωστή απάντηση είναι η iii)

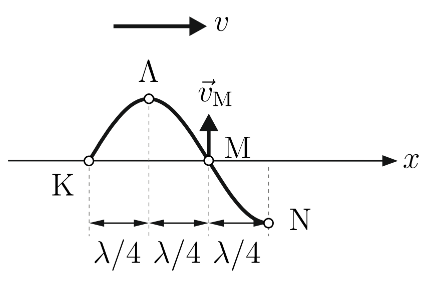
B2 β)

Επειδή $\varphi_{\Lambda} > \varphi_{\mathrm{M}}$ σημαίνει πως το σημείο Λ ταλαντώνεται για περισσότερο χρονικό διάστημα από ότι το σημείο Μ επομένως το κύμα διαδίδεται από το Λ προς το Μ.

Την χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{3T}{2} = t_1 + T + \frac{T}{2}$ το σημείο Μ θα βρίσκεται πάλι στην ίδια θέση αλλά κινούμενο με αντίθετη ταχύτητα. Επομένως αυτό που ζητούμε είναι να σχεδιάσουμε το στιγμιότυπο ενός κύματος που διαδίδεται προς την θετική κατεύθυνση (Λ → Μ) και την t_2 το σημείο Μ να βρίσκεται στην θέση ισορροπίας του κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση. Μετά από χρόνο $\Delta t = \frac{T}{4}$ από την t_2 το σημείο Μ θα βρίσκεται στην ακραία του θετική θέση επομένως το σημείο Λ που απέχει από αυτό απόσταση $\lambda/4$ θα πρέπει την t_2 να βρίσκεται στην ακραία θετική του θέση μιας και το σημείο Μ κάνει ότι κάνει και το σημείο Λ με μια χρονο καθυστέρηση $\frac{T}{4}$. Οπότε το στιγμιότυπο του κύματος θα είναι (iii)



Στιγμιότυπο μεταξύ ΚΝ
την χρονική στιγμή t_1



Στιγμιότυπο μεταξύ ΚΝ
την χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + T + \frac{T}{2}$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ

B3)

B3 α) Σωστή απάντηση είναι η ii)

B3 β)

Από την εξίσωση Compton

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_{\mathrm{e}}c}(1 - \text{συν}\,60^0)$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{2m_{\mathrm{e}}c} \qquad \text{(B3-1)}$$

Επίσης από την διατήρηση της ενέργειας

$$E_0 = E' + K$$

$$E_0 = 2E'$$

$$\frac{hc}{\lambda} = 2\frac{hc}{\lambda'}$$

$$\lambda' = 2\lambda$$

οπότε B3-1 προκύπτει

$$2\lambda - \lambda = \frac{h}{2m_{\mathrm{e}}c}$$

$$\lambda = \frac{h}{2m_{\mathrm{e}}c}$$

η ενέργεια του φωτονίου θα είναι

$$E_0 = \frac{hc}{\lambda}$$

Συνδυάζοντας τις δυο τελευταίες εξισώσεις προκύπτει

$$E_0 = 2m_{\mathrm{e}}c^2$$

Άρα σωστή απάντηση είναι η (ii)

Θέμα Γ

Γ1

Σύμφωνα με τον νόμο του Faraday

$$\mathcal{E}_{\text{επ}} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Για το χρονικό διάστημα από $t = 0$ μέχρι $t = 0{,}1$ s ισχύει

$$|\mathcal{E}_{\text{επ}}| = \left|N \cdot \frac{BA - 0}{\Delta t}\right|$$

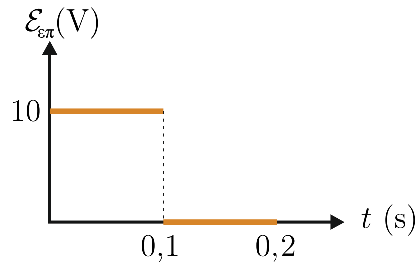
$$|\mathcal{E}_{\text{επ}}| = \left|100 \cdot \frac{0{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{0{,}1}\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{s}}\right|$$

$$|\mathcal{E}_{\text{επ}}| = 10\ \mathrm{V}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ

Για το χρονικό διάστημα από $t = 0{,}1$ s και μέχρι $t = 0{,}2$ s η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι σταθερή με αποτέλεσμα και η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο να είναι επίσης σταθερή με άμεσο αποτέλεσμα η ΗΕΔ από επαγωγή να είναι μηδέν.

Επομένως η γραφική παράσταση της απόλυτης τιμής της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή είναι η παρακάτω



Γ2

Κατά την περιστροφή του πλαισίου με σταθερή γωνιακή ταχύτητα με κατάλληλη επιλογή της αρχικής χρονικής στιγμής η ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στο πλαίσιο θα δίνεται από την εξίσωση

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = N\omega BA\,\text{ημ}\,\omega t \qquad \text{(Γ2-1)}$$

Το κύκλωμα θα διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα $i = I\,\text{ημ}\,\omega t$. Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης στα άκρα του αντιστάτη αντίστασης R θα είναι

$$V = N\omega BA$$

$$V = 100 \cdot \left(50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot (0{,}5\ \text{T}) \cdot (2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2)$$

$$V = 50\pi\ \text{V}$$

Το πλάτος της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R θα είναι

$$I = \frac{V}{R}$$

$$I = \frac{50\pi}{10}\frac{\text{V}}{\Omega}$$

$$I = 5\pi\ \text{A}$$

Η περίοδος του εναλλασσόμενου ρεύματος θα είναι

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = \frac{2\pi}{50\pi}$$

$$T = 0{,}04\ \text{s}$$

Το ποσό θερμότητας που αναπτύσσεται από τον αντιστάτη προς το περιβάλλον σε μια πλήρη περιστροφή του πλαισίου θα είναι

$$Q = I_{\varepsilon\nu}^2 RT$$

$$Q = \frac{I^2}{2}RT$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ

$$Q = \frac{(5\pi \text{ A})^2}{2} \cdot (10\ \Omega) \cdot (0{,}04 \text{ s})$$

$$Q = 50 \text{ J}$$

Γ3

Αν διπλασιαστεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου τότε από την εξίσωση Γ2-1 θα διπλασιαστεί και το πλάτος της τάσης ($V' = 2V$) καθώς και το πλάτος της έντασης του ρεύματος ($I' = 2I$) που διαρρέει τον αντιστάτη.

$$I' = \frac{V'}{R}$$

$$I' = \frac{2V}{R}$$

$$I' = 2I$$

Όμως ο χρόνος για μια περιστροφή θα γίνει ο μισός

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'}$$

$$T' = \frac{2\pi}{2\omega}$$

$$T' = \frac{T}{2}$$

Το νέο ποσό θερμότητας σε μια περιστροφή θα είναι

$$Q' = \frac{{I'}^2}{2} R T'$$

$$Q' = \frac{4I^2}{2} R \frac{T}{2}$$

$$Q' = 2Q$$

Άρα το ποσοστό μεταβολής της εκλυόμενης θερμότητας θα είναι

$$\text{Ποσοστό} = \frac{Q' - Q}{Q} 100\% = \frac{2Q - Q}{Q} 100\% = 100\%$$

Γ4

Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που θα διαρρέει τον αγωγό ΚΛ θα είναι

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$I = \frac{20 \text{ V}}{10\ \Omega}$$

$$I = 2 \text{ A}$$

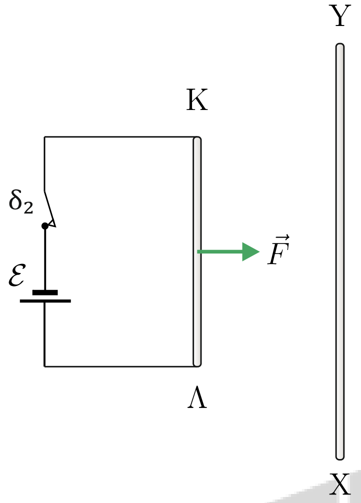
Η δύναμη που δέχεται ο αγωγός ΚΛ θα είναι

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2 I_1 I}{d} \ell$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ

$$F = \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi}\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A \cdot m}}\right)\frac{2(5\ \mathrm{A})(2\ \mathrm{A})}{2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}(1\ \mathrm{m})$$

$$F = 10^{-4}\ \mathrm{N}$$

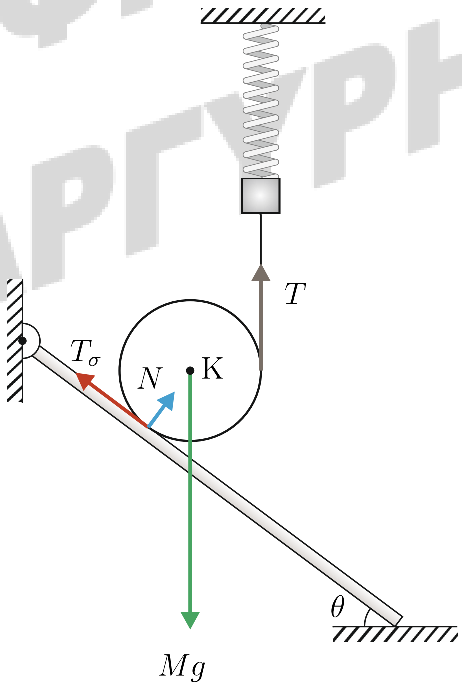


Οι δυνάμεις μεταξύ ευθύγραμμων ρευματοφόρων και παράλληλων αγωγών είναι ελκτικές.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1

Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που δέχεται η στεφάνη.



Η στεφάνη δέχεται την δύναμη επαφής από την ράβδο που έχει ως συνιστώσες την T_σ και την N, το βάρος της καθώς και την τάση T από το σχοινί .

Επειδή η στεφάνη ισορροπεί ισχύει

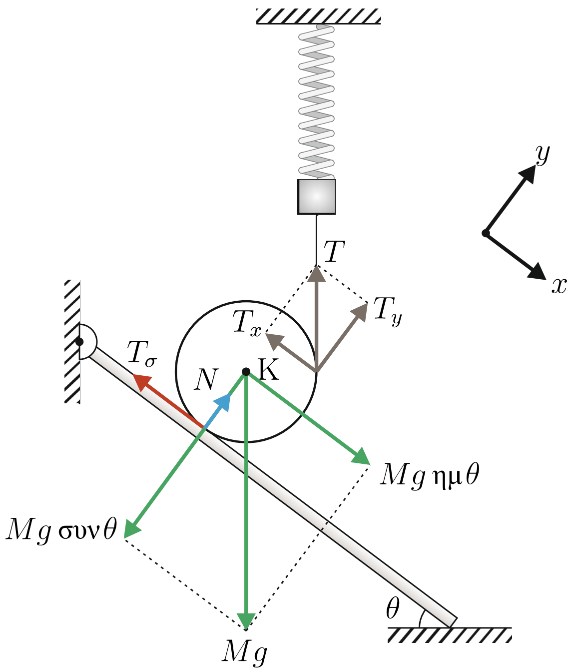
$$\Sigma\tau_{(\mathrm{K})} = 0$$

$$T_\sigma R = TR$$

$$T_\sigma = T$$

Θα πρέπει και η συνισταμένη δύναμη να είναι μηδέν. Αν επιλέξουμε άξονες όπως φαίνεται στο σχήμα και αναλύσουμε τις δυνάμεις θα ισχύει

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ



$$\Sigma F_x = 0$$

$$Mg\,\text{ημ}\,\theta - T_x - T_\sigma = 0$$

$$Mg\,\text{ημ}\,\theta - T\,\text{ημ}\,\theta - T = 0$$

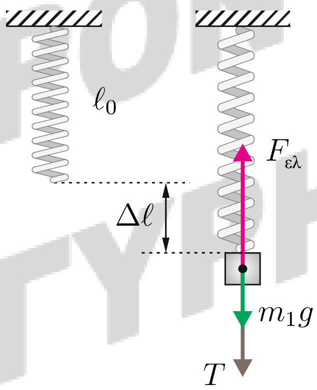
$$T = \frac{Mg\,\text{ημ}\,\theta}{1 + \text{ημ}\,\theta}$$

$$T = \frac{(4\ \text{kg}) \cdot \left(10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot (0{,}6)}{1 + 0{,}6}$$

$$T = \frac{24}{1{,}6}\ \text{N}$$

$$T = 15\ \text{N}$$

Επειδή το σώμα μάζας m_1 ισορροπεί



Θα ισχύει

$$\Sigma F = 0$$

$$F_{\varepsilon\lambda} = T + m_1 g$$

$$k\Delta\ell = T + m_1 g$$

$$\Delta\ell = \frac{T + m_1 g}{k}$$

$$\Delta\ell = \frac{(15 + 15)\ \text{N}}{60\,\frac{\text{N}}{\text{m}}}$$

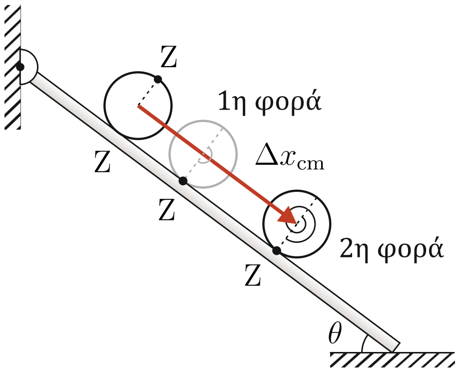
$$\Delta\ell = 0{,}5\ \text{m}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ

Δ2

α)

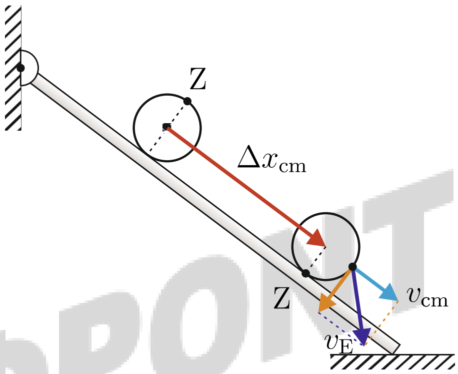
Η ταχύτητα του σημείου επαφής της στεφάνης με το κεκλιμένο επίπεδο είναι μηδέν για να βρεθεί το σημείο Ζ της στεφάνης σε επαφή με το έδαφος για πρώτη φορά απαιτείται η στεφάνη να περιστραφεί κατά γωνία π rad ενώ για δεύτερη φορά θα περιστραφεί επιπλέον κατά 2π rad συνολικά δηλαδή $\Delta\theta = 3\pi$ rad. Το κέντρο μάζας της στεφάνης κατά την κύλισή της θα είναι



$$\Delta x_{\mathrm{cm}} = \Delta\theta R$$
$$\Delta x_{\mathrm{cm}} = (3\pi)\cdot\left(\frac{9}{8\pi}\ \mathrm{m}\right)$$
$$\Delta x_{\mathrm{cm}} = \frac{27}{8}\ \mathrm{m}$$

β)

Από τα δεδομένα της άσκησης γνωρίζουμε πως η επιτάχυνση είναι σταθερή οπότε



$$\Delta x_{\mathrm{cm}} = \frac{1}{2}\alpha_{\mathrm{cm}}t^2$$
$$\alpha_{\mathrm{cm}} = \frac{2\Delta x_{\mathrm{cm}}}{t^2}$$
$$a_{\mathrm{cm}} = \frac{2\cdot\left(\frac{27}{8}\mathrm{m}\right)}{(1{,}5\ \mathrm{s})^2}$$
$$a_{\mathrm{cm}} = 3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ

Η ταχύτητα του κέντρου μάζας θα είναι

$$v_{\mathrm{cm}} = a_{\mathrm{cm}}t$$
$$v_{\mathrm{cm}} = \left(3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(1{,}5\ \mathrm{s})$$
$$v_{\mathrm{cm}} = 4{,}5\ \mathrm{m/s}$$

Έστω Ε το σημείο που απέχει από το κεκλιμένο επίπεδο απόσταση R. Η ταχύτητα του σημείου αυτού είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα μιας ταχύτητας λόγω περιστροφικής κίνησης και μια λόγω μεταφορικής. Επειδή η στεφάνη κυλίεται ισχύει

$$v_{\mathrm{cm}} = \omega R$$

και το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Ε θα είναι

$$v_{\mathrm{E}}^2 = v_{\mathrm{cm}}^2 + (\omega R)^2$$
$$v_{\mathrm{E}} = v_{\mathrm{cm}}\sqrt{2}$$
$$v_{\mathrm{E}} = 4{,}5\sqrt{2}\ \mathrm{m/s}$$

Δ3

Η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος m_1 είναι

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}5}{60}\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{N/m}}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{40}}\ \mathrm{s}$$

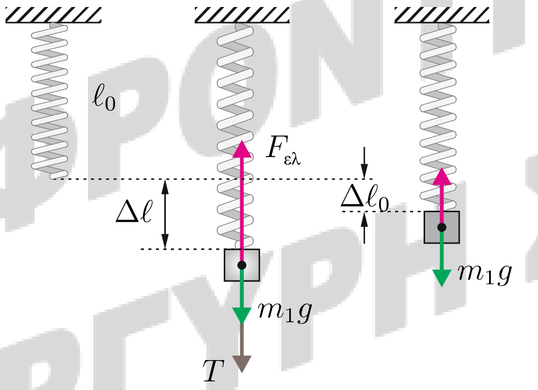
Επειδή $\sqrt{40} \cong 2\pi$ προκύπτει πως

$$T = 1\ \mathrm{s}$$

Η χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με

$$t_1 = T + \frac{T}{2}$$

Έστω ότι όταν το σώμα m_1 βρίσκεται στην θέση ισορροπίας του το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά $\Delta\ell_0$ τότε θα ισχύει



$$\Sigma F = 0$$

$$k\Delta\ell_0 = m_1 g$$

$$\Delta\ell_0 = \frac{m_1 g}{k}$$

$$\Delta\ell_0 = \frac{15}{60}\ \mathrm{m}$$

$$\Delta\ell_0 = 0{,}25\ \mathrm{m}$$

Επειδή το σώμα αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος είναι ακίνητο και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση θα βρίσκεται στην κάτω ακραία του θέση και επομένως η απόσταση του από την θέση ισορροπίας του είναι ίση με το πλάτος της ταλάντωσής του. Δηλαδή

$$A = \Delta\ell - \Delta\ell_0$$

$$A = 0{,}5\ \mathrm{m} - 0{,}25\ \mathrm{m}$$

$$A = 0{,}25\ \mathrm{m}$$

Την χρονική στιγμή $T + \frac{T}{2}$ θα βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση επομένως μετατοπίστηκε προς τα πάνω κατά

$$h = 2A$$

$$h = 0{,}5\ \mathrm{m}$$

Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος για την κίνησή τους από την χρονική στιγμή $t = 0$ και μέχρι την χρονική στιγμή t_1 προκύπτει

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ

$$W_{ολ} = ΔK$$

$$W_w + W_{F_{ελ}} = 0 - 0$$

$$-m_1 gh + +W_{F_{ελ}} = 0$$

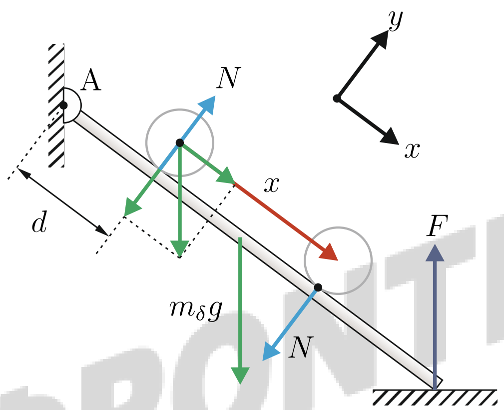
$$W_{F_{ελ}} = m_1 gh$$

$$W_{F_{ελ}} = (1{,}5\ \mathrm{kg}) \cdot \left(10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (0{,}5\ \mathrm{m})$$

$$W_{F_{ελ}} = 7{,}5\ \mathrm{J}$$

Δ4

Κατά την κίνηση της στεφάνης σε διεύθυνση κάθετη στην ράβδο ισχύει



$$ΣF_y = 0$$

$$N = Mg\,συν\,θ$$

$$N = (4\ \mathrm{kg}) \cdot (10\ \mathrm{m/s^2}) \cdot (0{,}8)$$

$$N = 32\ \mathrm{N}$$

Η ράβδος ισορροπεί τότε η συνισταμένη των ροπών ως προς την άρθρωσή της είναι

$$Στ_{(\mathrm{A})} = 0$$

$$F\ell\,συν\,θ - m_\delta g \frac{\ell}{2} συν\,θ - N(d + x) = 0$$

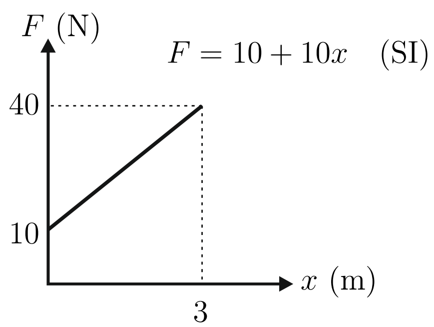
$$F = \frac{N(d + x) + m_\delta g \frac{\ell}{2} συν\,θ}{\ell\,συν\,θ}$$

$$F = \frac{32 \cdot (0{,}5 + x) + 1 \cdot 10 \cdot \frac{4}{2} \cdot 0{,}8}{4 \cdot 0{,}8} (\mathrm{SI})$$

$$F = \frac{32 + 32x}{3{,}2} (\mathrm{SI})$$

$$F = 10 + 10x (\mathrm{SI})$$

Το γράφημα της παραπάνω εξίσωσης φαίνεται παρακάτω



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ