ΤΑΞΗ: **Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΑΛΓΕΒΡΑ**

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 28 Απριλίου 2021
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, \alpha\neq 0$

Να αποδείξετε ότι το άθροισμα S των ριζών της δίνεται από τον τύπο:

$S=x_1+x_2=-\dfrac{\beta}{\alpha}$ ενώ το γινόμενο τους P δίνεται από τον τύπο $P=x_1\cdot x_2=\dfrac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 12

Α2. Να αντιστοιχίσετε καθένα από τα τριώνυμα της **Α** ομάδας με την ισοδύναμη μορφή του από τη **Β** ομάδα μεταφέροντας στο τετράδιο σας τον πίνακα 1

Α΄ΟΜΑΔΑ	
1	$-2x^2+6x-4$
2	x^2-3x+2
3	$-x^2+3x-2$
4	$2x^2-6x+4$

Β΄ ΟΜΑΔΑ	
Α	$(x-1)(x-2)$
Β	$2(x-1)(x-2)$
Γ	$-2(x-1)(x-2)$
Δ	$-(x-1)(x-2)$

ΠΙΝΑΚΑΣ 1			
1	**2**	**3**	**4**

Μονάδες 8

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α) Αν η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ με $\alpha\neq 0$ έχει δύο άνισες ρίζες x_1, x_2, τότε

$$\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$$

(β) Για κάθε αρνητικό πραγματικό αριθμό ισχύει $|x|=-x$

(γ) Αν $\alpha>\beta>0$, τότε $\frac{1}{\alpha}<\frac{1}{\beta}$

(δ) Το συμμετρικό του σημείου $M(\alpha,\beta)$ ως προς τον άξονα $x'x$ είναι το σημείο $M'(-\alpha,\beta)$ για κάθε $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$.

(ε) Η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ έχει τουλάχιστον μία λύση για κάθε $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Να λύσετε την ανίσωση $x^2-6x+5>0$ και να γράψετε με μορφή διαστημάτων το σύνολο των λύσεων της .

Μονάδες 8

Β2. Να λύσετε την ανίσωση $|2x+4|\leq 16$ και να εξετάσετε αν ο αριθμός

$$\alpha=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$$ ανήκει στο σύνολο λύσεων της .

Μονάδες 8

Β3. Να βρείτε ποιες ρίζες της εξίσωσης $x^2-7|x|+12=0$ ανήκουν στο σύνολο των λύσεων της ανίσωσης του ερωτήματος **Β1.**

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\dfrac{x^2+\alpha x-2}{x-\alpha}$, όπου α θετικός πραγματικός αριθμός της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(\alpha+1,4)$

Γ1. Δείξτε ότι $\alpha=1$ και στη συνέχεια να βρείτε το πεδίο ορισμού της A

Μονάδες 8

Γ2. **(i)** Να απλοποιήσετε τον τύπο της f και να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x, y'y$

(ii) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση

Μονάδες 10(7+3)

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $\left(f(x)-2\right)^4+3\left(f(x)-2\right)^2-4=0$, $x\in A$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο $(\lambda-2)x^2-2\lambda x+2\lambda-3$, $x\in\mathbb{R}$ και $\lambda\in\mathbb{R}-\{2\}$ μια παράμετρος .

Δ1. **(i)** Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι $\Delta=-4\lambda^2+28\lambda-24$

(ii) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $(\lambda-2)x^2-2\lambda x+2\lambda-3=0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες .

Μονάδες 8

Δ2. Για ποιες τιμές του λ ισχύει $(\lambda-2)x^2-2\lambda x+2\lambda-3>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$;

Μονάδες 8

Δ3. Αν για τις ρίζες x_1, x_2 του τριωνύμου ισχύει $x_1^2+x_2^2=\dfrac{2\lambda}{(2-\lambda)^2}$ να αποδείξετε ότι $\lambda=1$

Μονάδες 9