

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2020**
Β' ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ1Α(α)

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ****Ημερομηνία: Κυριακή 24 Μαΐου 2020****Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες****ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ****ΘΕΜΑ Α****A1.** Θεωρία. Σχολικό βιβλίο σελίδα 90.**A2. α.** $(1 \rightarrow \beta)$ **β.** $(2 \rightarrow \alpha)$ **γ.** $(3 \rightarrow \delta)$ **A3. α.** Λάθος**β.** Σωστό**γ.** Λάθος**δ.** Σωστό**ε.** Σωστό

ΘΕΜΑ Β**Β1.**

$$\alpha = (\sqrt{3} + 2)^2 - (2\sqrt{3} + 1)^2$$

$$\alpha = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + 2^2 - \left[(2\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{3} + 1 \right]$$

$$\alpha = 3 + 4 \cdot \sqrt{3} + 4 - 4 \cdot 3 - 4 \cdot \sqrt{3} - 1$$

$$\alpha = 3 + 4 - 12 - 1$$

$$\alpha = 7 - 13$$

$$\alpha = -6$$

Β2.

$$\frac{|\beta+1|+2}{3} - \frac{|\beta+1|-1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$6 \cdot \frac{|\beta+1|+2}{3} - 6 \cdot \frac{|\beta+1|-1}{6} = 6 \cdot \frac{5}{6}$$

$$2(|\beta+1|+2) - (|\beta+1|-1) = 5$$

$$2|\beta+1|+4 - |\beta+1|+1 = 5$$

$$|\beta+1| = 0$$

$$\beta+1 = 0$$

$$\beta = -1$$

Β3.

Έχουμε $S = -6 - 1 = -7$, $P = (-6) \cdot (-1) = 6$

Η εξίσωση είναι $x^2 + 7x + 6 = 0$

B4.

$$|x + \alpha| + \beta < 0$$

$$|x - 6| - 1 < 0$$

$$|x - 6| < 1$$

$$-1 < x - 6 < 1$$

$$5 < x < 7$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. i) Έχουμε $A = 0$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-3) \pm 1}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \text{ Άρα } x_1 = 2 \text{ και } x_2 = 1$$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$x^2 - 3x + 2$	+	-	+	

Άρα $A > 0$ για κάθε $x \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

και $A < 0$ για κάθε $x \in (1, 2)$

ii) Για να είναι πραγματικός αριθμός ο $\sqrt{-A}$ θα πρέπει $-A \geq 0$ δηλαδή $A \leq 0$ άρα πρέπει $x \in [1, 2]$

Γ2. i) Έχουμε

$$1 \leq x \leq 2$$

$$1 - 3 \leq x - 3 \leq 2 - 3$$

$$-2 \leq x - 3 \leq -1$$

$$\text{Άρα } x - 3 < 0$$

Ακόμα

$$1 \leq x \leq 2$$

$$1+3 \leq x+3 \leq 2+3$$

$$4 \leq x+3 \leq 5$$

Άρα $x+3 > 0$

$$\text{Συνεπώς } |x-3| - |x+3| = -x+3 - (x+3) = -x+3 - x-3 = -2x$$

ii) Έχουμε

$$\sqrt{-A} = |x-3| - |x+3|$$

$$\sqrt{-A} = -2x \text{ Αδύνατη, διότι}$$

$$1 \leq x \leq 2$$

$$-2 \geq -2x \geq -4$$

$$-4 \leq -2x \leq -2$$

Δηλαδή $-2x < 0$

Γ3 Έχουμε

$$\begin{aligned} \sqrt{(-A)\sqrt{(-A)^6}} - A^2 &= \sqrt{\sqrt{(-A)^2 \cdot (-A)^6}} - A^2 \\ &= \sqrt[4]{(-A)^8} - A^2 \\ &= (-A)^2 - A^2 \\ &= A^2 - A^2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $x^2 - (\lambda+1)x + \lambda + 4$

$$\begin{aligned} \Delta &= \beta^2 - 4\alpha\gamma = [-(\lambda+1)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot (\lambda+4) = (\lambda+1)^2 - 4\lambda - 16 = \\ &= \lambda^2 + 2\lambda + 1 - 4\lambda - 16 = \lambda^2 - 2\lambda - 15 \end{aligned}$$

Δ2. Για να αληθεύει η ανίσωση $x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda + 4 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

πρέπει $\Delta < 0$

$$\lambda^2 - 2\lambda - 15 < 0$$

$$\lambda^2 - 2\lambda - 15 = 0$$

$$\Delta_1 = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-2) \pm 8}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} \text{ Άρα } \lambda = 5 \text{ και } \lambda = -3$$

λ	$-\infty$	-3	5	$+\infty$
$\lambda^2 - 2\lambda - 15$	+	-	+	

Άρα $\lambda \in (-3, 5)$

Δ3. i) Για να έχει η εξίσωση δύο ρίζες άνισες θα πρέπει $\lambda \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

Έχουμε:

$$x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda + 4 = 0$$

$$x_1 + x_2 = S = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{-(\lambda + 1)}{1} = \lambda + 1$$

$$x_1 \cdot x_2 = P = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\lambda + 4}{1} = \lambda + 4$$

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 2$$

$$\frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1^2 \cdot x_2^2} = 2$$

$$\frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2}{(x_1 \cdot x_2)^2} = 2$$

$$\frac{S^2 - 2P}{P^2} = 2$$

$$S^2 - 2P = 2P^2$$

$$(\lambda + 1)^2 - 2(\lambda + 4) = 2(\lambda + 4)^2$$

$$(\lambda + 1)^2 - 2(\lambda + 4) = 2(\lambda^2 + 8\lambda + 16)$$

$$\lambda^2 + 2\lambda + 1 - 2\lambda - 8 = 2\lambda^2 + 16\lambda + 32$$

$$\lambda^2 + 16\lambda + 39 = 0$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 16^2 - 4 \cdot 1 \cdot 39 = 256 - 156 = 100$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-16 \pm 10}{2}$$

Άρα $\lambda = -3$ Απορρίπτεται

και $\lambda = -13$ Δεκτή

ii) Έχουμε:

$$x_1 < 0 < x_2 \text{ και } |x_1| > |x_2|$$

$$-x_1 > x_2$$

$$x_1 + x_2 < 0$$

Όποτε πρέπει $\Delta > 0$ και $S < 0$

Από ερώτημα Δ2 έχουμε $\Delta > 0 \Leftrightarrow \lambda \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

$$S < 0 \Leftrightarrow \lambda + 1 < 0 \Leftrightarrow \lambda < -1$$

Άρα $\lambda \in (-\infty, -3)$