ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

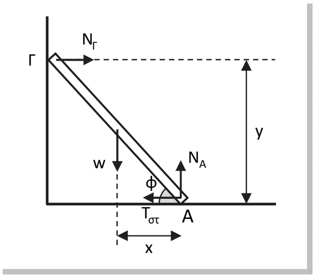
Α2. δ

Α3. γ

Α4. β

Α5. **α)** Σ, **β)** Λ, **γ)** Σ, **δ)** Σ, **ε)** Λ

ΘΕΜΑ Β



Β1. Πρέπει $T_{στ} \le T_{ορ} \Rightarrow T_{στ} \le μ \cdot N_A$ **(1)**

$ΣF_x = 0 \Rightarrow N_Γ - T_{στ} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow N_Γ = T_{στ}$ **(2)**

$ΣF_y = 0 \Rightarrow N_A - w = 0 \Rightarrow N_A = w$ **(3)**

$Στ_{(A)} = 0 \Rightarrow \cancelto{0}{τ_{N_A}} + \cancelto{0}{τ_{T_{στ}}} + τ_w + τ_{N_Γ} = 0 \Rightarrow$

$$w \cdot x - N_Γ \cdot y = 0 \Rightarrow w \cdot \frac{\ell}{2} συνφ - N_Γ \cdot \ell \cdot ημφ = 0 \Rightarrow$$

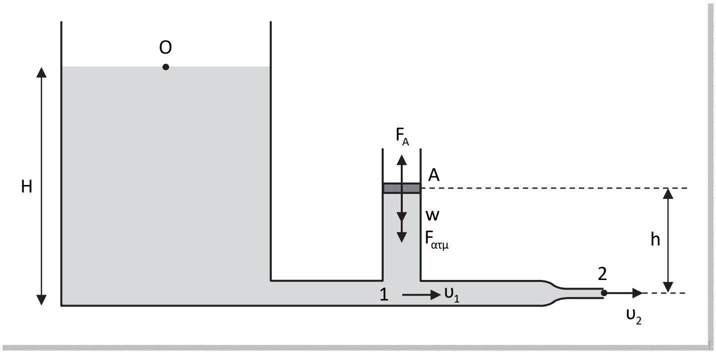
$$\Rightarrow \frac{w}{2} συνφ = N_Γ ημφ \Rightarrow w = 2N_Γ εφφ \underset{(3)}{\overset{(2)}{\Rightarrow}} N_A = 2T_{στ} \cdot εφφ \quad \textbf{(4)}$$

Άρα **(1)** $\overset{(4)}{\Rightarrow} \cancel{T_{στ}} \le μ \cdot 2 \cancel{T_{στ}} εφφ \Leftrightarrow εφφ \ge \dfrac{1}{2μ}$

άρα η ελάχιστη $\boxed{εφφ = \dfrac{1}{2μ}}$.

Σωστό το (ii)

B2.



Ισχύει $A_1υ_1 = A_2υ_2 \Rightarrow 2\cancel{A_2}υ_1 = \cancel{A_2}υ_2 \Rightarrow υ_2 = 2υ_1$ **(1)**

Έμβολο: $ΣF = 0 \Rightarrow F_A = w + F_{ατμ} \Rightarrow P_A = \frac{w}{A} + P_{ατμ}$.

Άρα $P_1 = P_A + ρgh \Rightarrow P_1 = \frac{w}{A} + ρgh + P_{ατμ}$ **(2)**

<u>Bernoylli $O \rightarrow 2$</u>

$$\cancelto{P_{ατμ}}{P_O} + \cancelto{0}{\frac{1}{2}ρυ_0^2} + ρgH = \cancelto{P_{ατμ}}{P_2} + \frac{1}{2}ρυ_2^2 + \cancelto{0}{ρgy_2} \Rightarrow$$

$$ρgH = \frac{1}{2}ρυ_2^2 \Leftrightarrow υ_2 = \sqrt{2gH} \quad \textbf{(3)}$$

Άρα από **(1)** $υ_1 = \frac{\sqrt{2gH}}{2}$ **(4)**

<u>Bernoylli $O \rightarrow 1$</u>

$$P_O + \cancelto{0}{\frac{1}{2}ρυ_0^2} + ρgH = P_1 + \frac{1}{2}ρυ_1^2 + \cancelto{0}{ρgy_1} \Rightarrow \text{ από } \textbf{(2)}, \textbf{(4)}$$

$$\cancel{P_{ατμ}} + ρgH = \frac{w}{A} + ρg\frac{H}{2} + \cancel{P_{ατμ}} + \frac{1}{2}ρ\frac{2gH}{4} \Rightarrow$$

$$ρgH = \frac{w}{A} + ρg\frac{H}{4} + \frac{ρgH}{4} \Rightarrow \frac{w}{A} = \frac{ρgH}{2} \Rightarrow \boxed{w = \frac{AρgH}{2}}.$$

Σωστό το (i)

Β3. $m_1 = m$

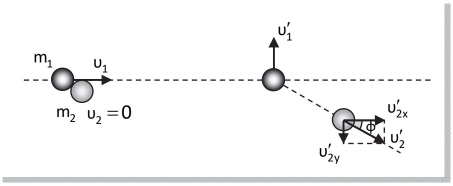
$m_2 = 2m$

$\upsilon_2 = 0$

$\phi = 30^\circ$

$\upsilon_3 = 0$

$m_3 = m$



ΑΔΟ Άξονας x

$$\vec{p}_{1x} + \cancel{\vec{p}_{2x}}^{\,0} = \vec{p}'_{2x} + \cancel{\vec{p}'_{1x}}^{\,0} \Rightarrow m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon'_{2x} \Rightarrow \cancel{m}\upsilon_1 = 2\cancel{m}\upsilon'_2 \cdot συν30^\circ \Rightarrow$$

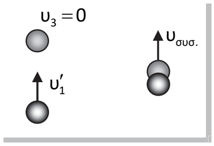
$$\Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{3}\upsilon'_2 \quad \textbf{(1)}$$

ΑΔΟ Άξονας y

$$\vec{p}_{1y}{}^{0} + \vec{p}_{2y}{}^{0} = \vec{p}'_{1y} + \vec{p}'_{2y} \Rightarrow 0 = m_1\upsilon'_1 - m_2\upsilon'_{2y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{m} \cdot \upsilon'_1 = 2\cancel{m} \cdot \upsilon'_2 \cdot ημφ \Leftrightarrow \upsilon'_1 = \upsilon'_2 \quad \textbf{(2)}$$

ΑΔΟ



$$\vec{p}'_1 + \cancel{\vec{p}_3}^{\,0} = \vec{p}_{συσ.} \Rightarrow m_1\upsilon'_1 = (m_1 + m_3)\upsilon_{συσ} \Rightarrow$$

$$\cancel{m}\upsilon'_1 = 2\cancel{m}\upsilon_{συσ} \Rightarrow \upsilon_{συσ} = \frac{\upsilon'_1}{2} \overset{(2)}{\Rightarrow} \upsilon_{συσ} = \frac{\upsilon'_2}{2} \Rightarrow$$

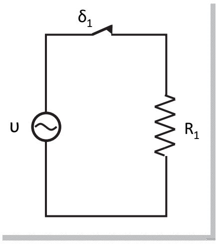
$$\Rightarrow \upsilon_{συσ} = \frac{\upsilon_1}{2\sqrt{3}} \quad \textbf{(3)}$$

$$\text{Άρα } \frac{K_{συσ}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_3)\cdot\upsilon^2_{συσ}}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2} = \frac{2m\cdot\frac{\upsilon_1^2}{12}}{m\upsilon_1^2} \Rightarrow \boxed{\frac{K_{συσ}}{K_1} = \frac{1}{6}}$$

Σωστό το (iii)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



$$\overline{P}_{R_1}=I_{εν}^2\cdot R_1\Rightarrow 12=I_{εν}^2\cdot 6\Rightarrow I_{εν}^2=2\Rightarrow I_{εν}=\sqrt{2}A$$

$$I=\sqrt{2}\ I_{εν}\Rightarrow I=2A$$

$$I=\frac{V}{R_1}\Rightarrow V=I\cdot R_1=2\cdot 6=12V$$

Γ2. Αρχική: $υ=12ημ50πt$

$$\left.\begin{array}{l}ω'=2πf'\\ f'=2f\end{array}\right\}ω'=2ω=100π\,{}^{rad}\!/\!_{s}\qquad \left.\begin{array}{l}V'=Nω'BA\\ ω'=2ω\end{array}\right\}V'=2V=24\ V$$

Άρα $υ'=V'ημ(ω't)\Rightarrow υ'=24ημ(100πt)$ (SI)

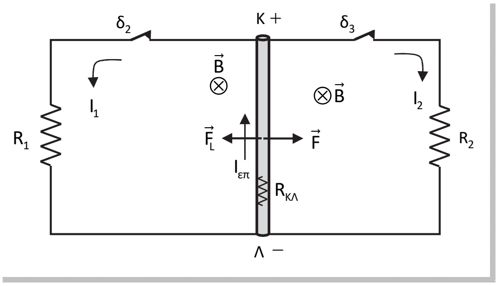
$$i=\frac{υ}{R_1}=\frac{24ημ(100πt)}{6}=4ημ(100πt)\ \ (SI)$$

$$P_{R_1}=i_1^2\cdot R_1=i^2\cdot R_1=16ημ^2(100πt)\cdot 6=96ημ^2(100πt)\ \ (SI)$$

Για $t_1=5\cdot 10^{-3}s$: $P_{R_1}=96ημ^2\left(10^2π\cdot 5\cdot 10^{-3}\right)=96ημ^2\frac{π}{2}=96W$.

Γ3. Από $t_0=0$ έως $t=2s$ ο αγωγός ΚΛ εκτελεί Ε.Ο.Επιτ. κίνηση με $α=\frac{ΣF}{m}=\frac{F}{m}=1\,{}^{m}\!/\!_{s^2}$ προς τα δεξιά.

Την $t=2s$ που κλείνουν οι διακόπτες $δ_2$, $δ_3$ ο ΚΛ έχει $υ=αt=2\,{}^{m}\!/\!_{s}$.



$$\frac{1}{R_{1,2}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\Rightarrow$$

$$\frac{1}{R_{1,2}}=\frac{1}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3}{6}\Rightarrow$$

$$R_{1,2}=\frac{6}{3}=2Ω$$

Μόλις κλείσουν οι διακόπτες δ_2, δ_3 για τον ΚΛ ισχύει:

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{B\Delta S}{\Delta t}=\frac{B\ell\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}=B\upsilon\ell \quad \textbf{(1)}$$

$$I_{\varepsilon\pi}=\frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}\overset{(1)}{\Rightarrow}I_{\varepsilon\pi}=\frac{B\upsilon\ell}{R_{K\Lambda}+R_{1,2}} \quad \textbf{(2)}$$

$$F_L=BI_{\varepsilon\pi}\cdot\ell\overset{(2)}{\Rightarrow}F_L=\frac{B^2\upsilon\ell^2}{R_{K\Lambda}+R_{1,2}} \quad \textbf{(3)}$$

Αφού ο ΚΛ κινείται με $\upsilon=\sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$ τότε

$$\Sigma\vec{F}=0\Rightarrow F=F_L\Rightarrow F=\frac{B^2\upsilon\ell^2}{R_{K\Lambda}+R_{1,2}}\Rightarrow 0,5=\frac{B^2\cdot 2\cdot 1}{4}\Rightarrow 2=2B^2\Rightarrow B^2=1\Rightarrow$$

$$\Rightarrow B=1T.$$

Γ4. Αγωγός ΚΛ: $0-2s$: $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha\Delta t^2=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 4=2m$

$2-5s$: $\Delta x_2=\upsilon\Delta t=2\cdot 3=6m$

Άρα $\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2=8m$ και $W_F=F\cdot\Delta x=0,5\cdot 8=4J$.

Ο αντιστάτης R_2 διαρρέεται από ρεύμα I_2 από 2 έως 5s που κλείνουν οι διακόπτες δ_2, δ_3.

(2): $I_{\varepsilon\pi}=\frac{B\upsilon\ell}{R_{K\Lambda}+R_{1,2}}=\frac{1\cdot 2\cdot 1}{4}=\frac{1}{2}A$ **(1)**: $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}=B\upsilon\ell=2V$.

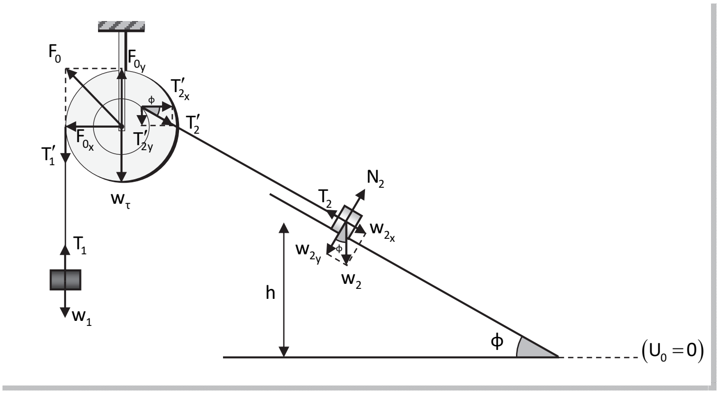
Άρα $V_\pi=\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}-I_{\varepsilon\pi}\cdot R_{K\Lambda}=2-\frac{1}{2}\cdot 2=1V=V_1=V_2$.

$$I_2=\frac{V_2}{R_2}=\frac{1}{3}A$$

Επομένως $Q_{R_2}=I_2^2\cdot R_2\cdot\Delta t=\frac{1}{9}\cdot 3\cdot 3=1J$.

Επομένως $\pi\%=\frac{Q_{R2}}{W_F}100\%=\frac{1}{4}100\%=25\%$.

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Ισορροπία

Σ_2 : $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_2 - w_{2_x} = 0 \Rightarrow T_2 = m_2 g\eta\mu\phi \Rightarrow T_2 = 5\cdot 1\cdot 0,6$

$\Rightarrow \boxed{T_2 = 30N}$

Τροχαλία: $\Sigma\tau_{(0)} = 0 \Rightarrow T'_1 2r - T'_2 r = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{2} \Rightarrow \boxed{T_1 = 15N}$

Σ_1 : $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 - w = 0 \Rightarrow T_1 = m_1 g \Rightarrow \boxed{m_1 = 1,5kg}$

Τροχαλία: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T'_{2_x} - F_{ox} = 0 \Rightarrow F_{0_x} = T'_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi \Rightarrow F_{0_x} = 30\cdot 0,8 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{F_{0_x} = 24N}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{0_y} - T'_1 - w_\tau - T'_{2y} = 0 \Rightarrow F_{0_y} = T_1 + M_\tau g + T_2 \cdot \eta\mu\phi$

$\Rightarrow F_{0_y} = 15 + 15 + 30\cdot 0,6 \Rightarrow \boxed{F_{0_y} = 48N}$

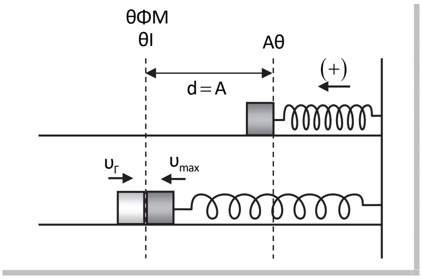
$F_0 = \sqrt{F_{0_x}^2 + F_{0_y}^2} = \sqrt{24^2 + \left(2^2 \cdot 24^2\right)} \Rightarrow \boxed{F_0 = 24\sqrt{5}N}$

Δ2. ΑΔΜΕ για το m_2 $A \rightarrow \Gamma$

$\cancel{K_A}^{0} + U_A = K_\Gamma + \cancel{U_\Gamma}^{0} \Rightarrow m_2 gh = \frac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow \boxed{\upsilon_\Gamma = 6 \,{}^{m}/_{s}}$

Για την πρώτη φορά

Ισχύει ότι μέχρι το σώμα m_3 να πάει από $A\theta \to \theta I$ $\left(t=\frac{T}{4}\right)$ το σώμα Σ_2 διανύει απόσταση ℓ (ΕΟΚ).



Άρα $\ell = \upsilon_\Gamma \cdot t \Leftrightarrow \boxed{t=\frac{\ell}{\upsilon_\Gamma}}$

και επίσης $\boxed{t=\frac{T}{4}}$ άρα

$$\frac{T}{4}=\frac{\ell}{\upsilon_\Gamma} \Leftrightarrow T=\frac{4\ell}{\upsilon_\Gamma} \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\omega}=\frac{4\ell}{\upsilon_\Gamma} \Leftrightarrow \omega=\frac{2\pi\upsilon_\Gamma}{4\ell} \Leftrightarrow \omega=\frac{\pi\cdot 6}{2\cdot\frac{3\pi}{5}} \Leftrightarrow \boxed{\omega=5\,{}^{rad}\!/\!_{s}}\,.$$

Ισχύει $k=m\omega^2 \Leftrightarrow k=5\cdot 5^2 \Leftrightarrow \boxed{k=125\,{}^{N}\!/\!_{m}}$.

Δ3. Πριν την κρούση $\upsilon_3=\upsilon_{max}=\omega\cdot A=5\cdot 0,2 \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_3=1\,{}^{m}\!/\!_{s}}$ προς τα αριστερά.

Επειδή η κρούση είναι ελαστική και $m_2=m_3$ ισχύει ότι $\upsilon_2'=\upsilon_3=1\,{}^{m}\!/\!_{s}$ αριστερά και $\upsilon_3'=\upsilon_2=6\,{}^{m}\!/\!_{s}$ δεξιά.

Ισχύει επίσης $\upsilon_3'=\upsilon_{max}=\omega A' \Leftrightarrow \boxed{A'=1,2m}$.

Επειδή $t=0$, $x=0$, $\upsilon<0$ άρα $\phi_0=\pi$ rad $\boxed{\chi=1,2\eta\mu(5t+\pi)\ \ (SI)}$

Δ4. $K=8U \Leftrightarrow E-U=8U \Leftrightarrow E=9U \Leftrightarrow U=\frac{E}{9} \Leftrightarrow \frac{1}{2}Kx^2=\frac{1}{9}\frac{1}{2}KA^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\pm\frac{A}{3} \Leftrightarrow x=\pm 0,4m$

1^η φορά άρα $x=-0,4m$.

Άρα $\frac{dp}{dt}=\Sigma F=-kx=-125\cdot(-0,4) \Leftrightarrow \boxed{\frac{dp}{dt}=50N}$

$$E = K + U \Leftrightarrow \cancel{\frac{1}{2}}kA^2 = \frac{1}{2}m_3\upsilon^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Leftrightarrow \upsilon = \frac{k\left(A^2 - x^2\right)}{m_3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \upsilon^2 = \frac{125\left(\frac{36}{25} - \frac{4}{25}\right)}{5} \Leftrightarrow \boxed{\upsilon = 4\sqrt{2}\,m/s}$$

$$\left|\frac{dK}{dt}\right| = \left|\Sigma F \cdot \upsilon\right| = \left|\frac{dp}{dt} \cdot \upsilon\right| = \left|50 \cdot 4\sqrt{2}\right| \Leftrightarrow \boxed{\left|\frac{dK}{dt}\right| = 200\sqrt{2}\ J/s}$$

Δ5. Θα περάσει από την ΘΦΜ σε χρόνο $t = \frac{T}{2} = \frac{\frac{2\pi}{\omega}}{2} = \frac{\pi}{\omega} \Rightarrow \boxed{t = \frac{\pi}{5}s}$.

Η απόσταση που θα απέχουν θα είναι η απόσταση που θα έχει διανύσει το Σ_2 εκείνη τη στιγμή.

$$x_2 = \upsilon_2' \cdot t = 1 \cdot \frac{\pi}{5} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{\pi}{5}m = 0{,}628m}.$$