

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A₁. Σχ. βιβλίο σελ. 16

A₂. α β γ
 ∧ Σ ∧

A₃ α) $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

β) $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$

γ) $(\cos x)' = -\sin x$

A₄. Σχ. βιβλίο σελ. 28

ΘΕΜΑ Β

B₁. Το 40% των μαθητών δεν διαβάσαν κανένα βιβλίο άρα $f_1\% = 40$ οπότε και $F_1\% = 40$

	x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
x_1	0	20	40	20	40
x_2	1	15	30	35	70
x_3	2	10	20	45	90
x_4	3	5	10	50	100
	Σύνολο	50	100	////	////

- $f_2\% = F_2\% - F_1\% = 70 - 40 = 30$
- $f_3\% = F_3\% - F_2\% = 90 - 70 = 20$
- $f_4\% = F_4\% - F_3\% = 100 - 90 = 10$
- $f_3\% = \frac{v_3}{v} \cdot 100 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 20 = \frac{10}{v} \cdot 100$
 $\Leftrightarrow v = 50$
- $v_1 = f_1 \cdot v = 20$
- $v_2 = f_2 \cdot v = 15$
- $v_4 = f_4 \cdot v = 5$

$$N_1 = V_1 = 20$$

$$N_2 = V_1 + V_2 = 20 + 15 = 35$$

$$N_3 = V_1 + V_2 + V_3 = 45$$

$$N_4 = V = 50$$

B₂. Ποσοστό μαθητών που έχουν διαβάσει
3 βιβλία είναι: $f_4\% = 10$

B₃. Μαθητές που διαβάσαν τουλάχιστον
ένα βιβλίο: $V_2 + V_3 + V_4 = V - V_1 = 50 - 20 = 30$

B₄. Ποσοστό μαθητών που διαβάσαν το πολύ
δύο βιβλία: $f_3\% = 90$.

ΘΕΜΑ Γ

$$f(x) = x^3 - \lambda x^2 + 2, \lambda \in \mathbb{R}$$

Γ₁. $A(-1, -2) \in C_f \Leftrightarrow f(-1) = -2$

$$\Leftrightarrow (-1)^3 - \lambda(-1)^2 + 2 = -2$$

$$\Leftrightarrow -1 - \lambda + 2 = -2 \Leftrightarrow \boxed{\lambda = 3}$$

Για $\lambda = 3$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, $A_f = \mathbb{R}$.

Γ₂. $f'(x) = (x^3 - 3x^2 + 2)' = 3x^2 - 6x$

$$f''(x) = (3x^2 - 6x)' = 6x - 6$$

Γ₃. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0$

$$\Leftrightarrow 3x(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = 0 \quad \text{ή} \quad x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ή} \quad x = 2$$

07026

X	$-\infty$	0	2	$+\infty$
f'	+	o	-	+
f	↗		↘	↗
		T. Mfg.	T. El.	

Η συνάρτηση f :

είναι γν. αύξουσα στο $(-\infty, 0]$,
 γν. φθίνουσα στο $[0, 2]$
 γν. αύξουσα στο $[2, +\infty)$

και

παρουσιάζει τοπ. μέγιστο στο $x_0 = 0$, το $f(0) = 2$
 τοπ. ελάχιστο στο $x_0 = 2$, το $f(2) = -2$

Γ4.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)+3}{f''(x)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-6x+3}{6x-6} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x^2-2x+1)}{6(x-1)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)^2}{6(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2} = \frac{1-1}{2} = 0 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\begin{aligned} \Delta 1. \quad f'(x) &= [(x^2+4x+5)^{20}]' = \\ &= 20 \cdot (x^2+4x+5)^{19} \cdot (x^2+4x+5)' = \\ &= 20(x^2+4x+5)^{19} \cdot (2x+4) = \\ &= 40 \cdot (x^2+4x+5)^{19} \cdot (x+2) \end{aligned}$$

$$\Delta 2. \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = f'(-2) = 40 \cdot [(-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 5]^{19} \cdot (-2+2) = 0$$

Δ3. Έστω η εφαπτομένη της f στο $M(x_0, f(x_0))$

$$\epsilon: y = ax + b.$$

$$\epsilon \parallel x'x \Leftrightarrow a = 0 \Leftrightarrow f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4(x_0^2 + 4x_0 + 5)^{19} \cdot (x_0 + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_0^2 + 4x_0 + 5 = 0 \text{ ή } x_0 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} \text{Αδύνατη} \\ \text{αφού } \Delta = -4 < 0 \end{array}$$

$$\boxed{x_0 = -2}$$

$$\begin{aligned} \text{Για } x_0 = -2, \quad f(-2) &= ((-2)^2 + 4(-2) + 5)^{20} = \\ &= 1^{20} = 1 \quad \text{αρα } M(-2, 1) \end{aligned}$$

οπότε για $a = 0$ έχουμε $\epsilon: y = 0 \cdot x + b$

$$y = b$$

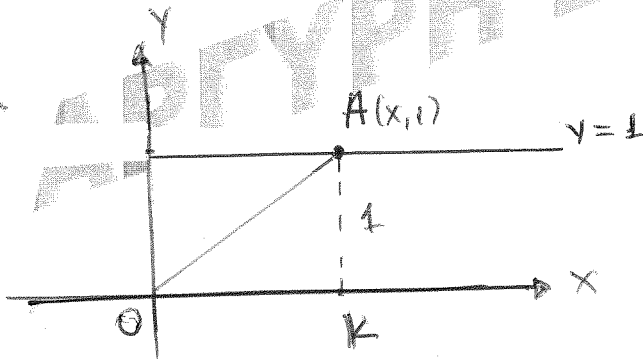
και

$$M(-2, 1) \in (\epsilon) \Leftrightarrow y = 1$$

αρα η εφαπτομένη της f

$$\text{είναι: } \epsilon: y = 1$$

Δ4.



$$\text{Από Π.Θ. : } (OA)^2 = (OK)^2 + (KA)^2$$

$$(OA) = \sqrt{(OK)^2 + (KA)^2}$$

$$(OA) = \sqrt{x^2 + 1}$$

αρα έστω $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, $A_g = (0, +\infty)$

η βωάρση της απόστασης OA.

(4)

Επομένως

ο ρυθμός μεταβολής θα είναι:

$$\begin{aligned}g'(x) &= (\sqrt{x^2+1})' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \cdot (x^2+1)' = \\ &= \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\end{aligned}$$

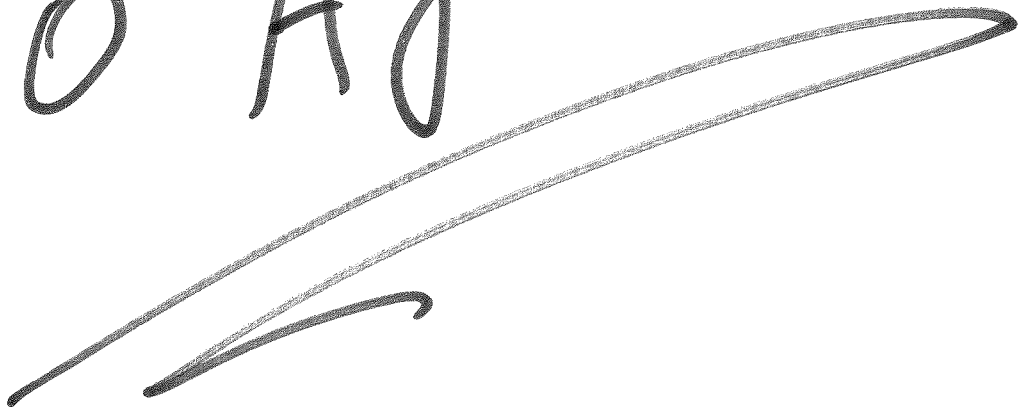
οπότε για $x=1$,

$$g'(1) = \frac{1}{\sqrt{1^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ km/s}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ

(5)

o Arivay



STINGXIZETAI

