# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

**Α1. α)** Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 65.
**β)** Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 65.
**γ)** Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελίδα 65.
**Α2.** Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 22.
**Α3.** α-Σωστό.
β- Λάθος.
γ- Λάθος.
δ- Σωστό.
ε- Λάθος.

## ΘΕΜΑ Β

**Β1.** Διατάσσουμε τους αριθμούς σε αύξουσα σειρά και έχουμε .
12, 14, $4a-1$, 16, 18.
Επειδή η διάμεσος είναι $\delta = 15$ θα ισχύει ότι $4\alpha - 1 = 15 \Leftrightarrow 4\alpha = 16 \Leftrightarrow \alpha = 4$.

**Β2** Για α=4 έχουμε 12, 14, 15, 16 18.
Μέση τιμή $\bar{x} = \dfrac{12+14+15+16+18}{5} = \dfrac{75}{5} = 15$ άρα $\bar{x} = 15$.

Διακύμανση $s^2 = \dfrac{(12-15)^2 + (14-15)^2 + (15-15)^2 + (16-15)^2 + (18-15)^2}{5} = \dfrac{20}{5} = 4$.
Άρα $s^2 = 4$.

**Β3.** Τυπική απόκλιση $s = \sqrt{4} = 2$.
$CV = \dfrac{s}{|\bar{x}|} \cdot 100\% = \dfrac{2}{15} \cdot 100\% \approx 13.3\%$. Το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

**Β4.** Οι νέες παρατηρήσεις θα προκύψουν από την σχέση $y_i = -2x_i + 5$ αφού πολλαπλασιάζονται με το -2 και προσθέτουμε το 5.
$\bar{y} = -2\bar{x} + 5 = -2 \cdot 15 + 5 = -25 \Rightarrow \bar{y} = -25$.
$s_y = |-2| \cdot s_x = 2 \cdot 2 = 4 \Rightarrow s_x = 4$.
$CV = \dfrac{s_y}{|\bar{y}|} 100\% = \dfrac{4}{|-25|} 100\% = 16\%$.

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** $f(x) = 2x^3 - 3\kappa x^2 + \kappa, \kappa \in R, x \in R.$
$f'(x) = 6x^2 - 6\kappa x, x \in R.$
Η εφαπτομένη της $f$ στο σημείο $\mathrm{M}(1, f(1))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ άρα
$f'(1) = 0 \Rightarrow 6 \cdot 1^2 - 6\kappa \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow 6\kappa = 6 \Leftrightarrow \kappa = 1.$

**Γ2.** Για κ=1 $f(x)=2x^3-3x^2+1, x\in R.$

Ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης είναι η πρώτη παράγωγος.

$f'(x)=6x^2-6x, x\in R.$

Για να μελετήσουμε την $f'(x)=6x^2-6x, x\in R.$ ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα υπολογίζω την $f''(x)=12x-6, x\in R.$

$f''(x)=0 \Rightarrow 12x-6=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}.$

$f''(x)\succ 0 \Rightarrow 12x-6\succ 0 \Rightarrow x\succ \frac{1}{2}.$

| $x$ | $-\infty$      $\frac{1}{2}$      $+\infty$ |
|---|---|
| $f''(x)$ | -      0      + |
| $f'(x)$ | $\searrow$      $\nearrow$ |

Για $x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$ ο ρυθμός μεταβολής ελλατώνεται.

Για $x\in\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ ο ρυθμός μεταβολής αυξάνεται.

Για $x=\frac{1}{2}$ ο ρυθμός μεταβολής έχει ολικό ελάχιστο.

**Γ3.** Για κ=1 $f(x)=2x^3-3x^2+1, x\in R.$

$f'(x)=6x^2-6x, x\in R.$

$f''(x)=12x-6, x\in R.$    $\mathrm{A}(-1, f'(-1))$ το σημείο επαφής.

$\lambda=f''(-1)=-18.$

$f'(-1)=...=12....\mathrm{A}(-1,12)$

Ο τύπος της ευθείας θα είναι $\varepsilon: y=\lambda x+\beta \Rightarrow 12=-18\cdot(-1)+\beta \Rightarrow \beta=-6$.

Τελικά η ευθεία θα είναι: $\varepsilon: y=-18x-6$.

## <u>ΘΕΜΑ Δ</u>

**Δ1.** $f(x)=\sqrt{x^2+4}+2018, x\in R$

$$f'(x)=(\sqrt{x^2+4}+2018)'=\frac{1\cdot(x^2+4)'}{2\sqrt{x^2+4}}=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+4}}=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$$

$$f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}, x\in R$$

**Δ2.** $f'(x)=0 \Rightarrow x=0$ και $f''(x)\succ 0 \Rightarrow x \succ 0$

| $x$ | $-\infty$ $\qquad$ $0$ $\qquad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ $\qquad$ $0$ $\qquad$ $+$ |
| $f(x)$ | $\searrow$ $\qquad$ $\nearrow$ |

Για $x \in (-\infty,0]$ η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα.
Για $x \in [0,+\infty)$ η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα.
Για $x=0$ η συνάρτηση έχει ολικό ελάχιστο το $f(0)=\sqrt{0+4}+2018=2020$.

**Δ3.**

$$\lim_{x\to 0}\frac{(x^2+4)f'(x)-2x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{(x^2+4)\dfrac{x\cdot\sqrt{x^2+4}}{\sqrt{x^2+4}\cdot\sqrt{x^2+4}}-2x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{x\sqrt{x^2+4}-2x}{x^2}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\left(\sqrt{x^2+4}-2\right)\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}{x^2\cdot\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}\overset{\sigma\upsilon\zeta\upsilon\gamma\eta}{=}\lim_{x\to 0}\frac{x\left(\sqrt{x^2+4}^{\,2}-2^2\right)}{x^2\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{x^2+4}+2}=\frac{0}{4}=0.$$