

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **A1-A4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.

- A1.** Δύο μικρά σώματα με μάζες m και $4m$, που κινούνται στην ίδια ευθεία με αντίθετες κατευθύνσεις και ταχύτητες v_1 και v_2 αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται, τότε τα δύο σώματα πριν την κρούση είχαν
- αντίθετες ταχύτητες
 - ίσες ορμές
 - αντίθετες ορμές
 - ίσες κινητικές ενέργειες.

Μονάδες 5

- A2.** Ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με τη συχνότητα f του διεγέρτη να είναι λίγο μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 του ταλαντωτή. Αν ελαττώσουμε την περίοδο του διεγέρτη, το πλάτος της ταλάντωσης του ταλαντωτή
- παραμένει σταθερό
 - αυξάνεται αρχικά και μετά ελαττώνεται
 - ελαττώνεται αρχικά και μετά αυξάνεται
 - ελαττώνεται.

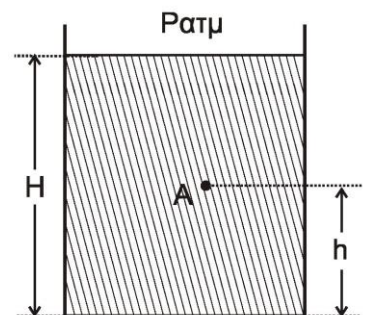
Μονάδες 5

- A3.** Μεταξύ δύο σημείων A και B ενός στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο παρεμβάλλονται συνολικά δύο δεσμοί. Τα σημεία A και B έχουν μεταξύ τους:
- διαφορά φάσης ίση με 0
 - διαφορά φάσης ίση με π
 - διαφορά φάσης ίση με $\pi/4$
 - διαφορά φάσης ίση με $\pi/2$.

Μονάδες 5

- A4.** Το ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος βρίσκεται εντός πεδίου βαρύτητας με επιτάχυνση βαρύτητας g και περιέχει νερό πυκνότητας ρ . Το ύψος του νερού στο δοχείο είναι H . Στο σημείο A , που απέχει απόσταση h από τον πυθμένα του δοχείου, η υδροστατική πίεση είναι ίση με

- $\rho a_{\text{ταμ}} + \rho gh$
- $\rho a_{\text{ταμ}} + \rho g(H-h)$
- ρgh
- $\rho g(H-h)$.



Μονάδες 5

- A5.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- Περίοδος $T_δ$ ενός διακροτήματος ονομάζεται ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς της απομάκρυνσης.
 - Κατά την εκδήλωση σεισμικής δόνησης το έδαφος λειτουργεί ως διεγέρτης για τα κτίρια. Όταν η συχνότητα του σεισμικού κύματος γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα ενός κτιρίου, το πλάτος της ταλάντωσης του κτιρίου μεγιστοποιείται.
 - Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, με μικρή σταθερά απόσβεσης b , όταν η σταθερά απόσβεσης αυξηθεί λίγο, ο ρυθμός μείωσης του πλάτους της ταλάντωσης ελαττώνεται.
 - Κατά τη ροή ιδανικού ρευστού σε οριζόντιο σωλήνα, όταν οι ρευματικές γραμμές παρουσιάζουν την ίδια πυκνότητα, η ταχύτητα ροής δεν μεταβάλλεται.

ε) Σε ένα ρολόι με δείκτες η γωνιακή επιτάχυνση του λεπτοδείκτη είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

B1. Στην ελεύθερη επιφάνεια νερού που ηρεμεί, στις θέσεις Κ και Λ βρίσκονται δύο όμοιες και σύγχρονες κυματικές πηγές απλών αρμονικών κυμάτων Π_1 και Π_2 , που απέχουν μεταξύ τους απόσταση

$$d = \frac{3\lambda_1}{2}$$

τα f_1 , πλάτος ταλάντωσης A και παράγουν κύματα μήκους κύματος λ_1 , που διαδίδονται στην επιφάνεια του νερού με σταθερή ταχύτητα v .

Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του νερού απέχει από την πηγή Π_1 απόσταση $d_1 = 2\lambda_1$ και από την πηγή Π_2 απόσταση d_2 , όπως στο σχήμα. Το ευθύγραμμο τμήμα ΣK είναι κάθετο στο $\text{K}\Lambda$.

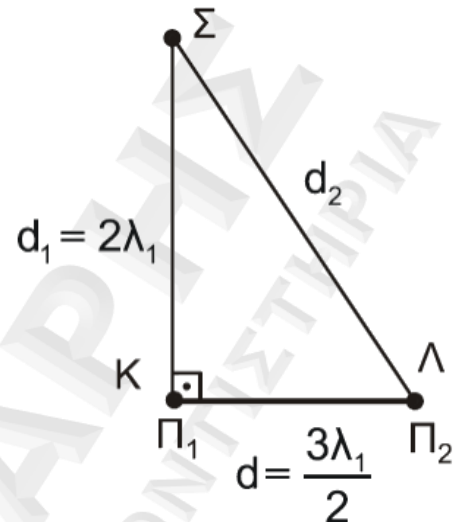
Διπλασιάζουμε τη συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών διατηρώντας σταθερό το πλάτος A της ταλάντωσής τους.

Το Σ μετά τον διπλασιασμό της συχνότητας ταλάντωσης των πηγών θα είναι:

- i. σημείο ενίσχυσης
- ii. σημείο απόσβεσης
- iii. σημείο που ταλαντώνεται με πλάτος A .

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



Μονάδες 2

Μονάδες 6

B2. Το σφαιρίδιο του σχήματος, μάζας m , διαγράφει οριζόντιο κύκλο ακτίνας $\text{K}\Sigma = R$ με γωνιακή ταχύτητα ω δεμένο στο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος, το οποίο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα $\text{K}\Lambda$. Στο άκρο M του νήματος ασκείται κατάλληλη δύναμη F , ώστε αυτό να κινηθεί χωρίς τριβή διαμέσου του σωλήνα μέχρι η ακτίνα περιστροφής του σφαιριδίου μάζας m να γίνει $\text{K}\Sigma' = R/2$.

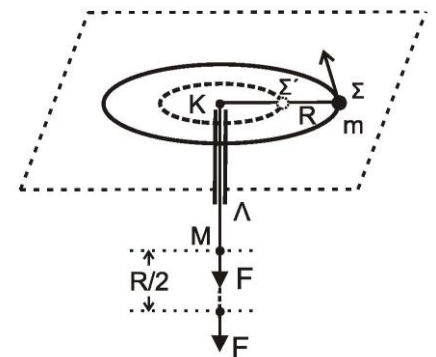
Σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς, θεωρούμε ότι το σφαιρίδιο κινείται εκτελώντας κυκλική κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές.

Το έργο της δύναμης F για τη μετακίνηση του σφαιριδίου μάζας m θα είναι ίσο με:

- i. $\frac{1}{2}m\omega^2R^2$
- ii. $\frac{2}{3}m\omega^2R^2$
- iii. $\frac{3}{2}m\omega^2R^2$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



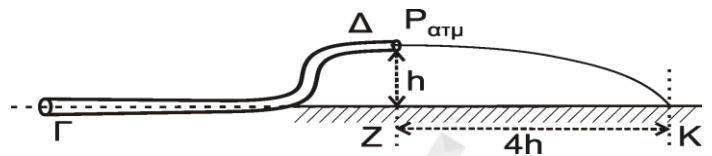
Μονάδες 2

Μονάδες 6

B3. Ο κυλινδρικός σωλήνας $\Gamma\Delta$ του σχήματος αποτελεί τμήμα ενός μεγάλου σωλήνα μεταβλητής διατομής και βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον σωλήνα ρέει με σταθερή παροχή ιδανικό υγρό πυκνότητας ρ με φορά από το Γ προς το Δ . Η σχέση των εμβαδών των εγκάρσιων διατομών του σωλήνα στα σημεία Γ και Δ είναι $A_\Gamma = 2 A_\Delta$. Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κινείται το υγρό στο σημείο Γ είναι v_Γ . Τα σημεία Γ και Δ απέχουν υψομετρικά κατά h , όπως φαίνεται στο σχήμα. Η φλέβα του υγρού που εξέρχεται από το στόμιο Δ πέφτει σε σημείο K στην προέκταση της οριζόντιας ευθείας που διέρχεται από το σημείο Γ .

Η απόσταση ZK (βεληγεκές) είναι ίση με 4 h.

Η διαφορά πίεσης ΔP μεταξύ των σημείων Γ και Δ ισούται με:



i. $2\rho v_{\Gamma}^2$

ii. ρv_{Γ}^2

iii. $\frac{\rho v_{\Gamma}^2}{2}$

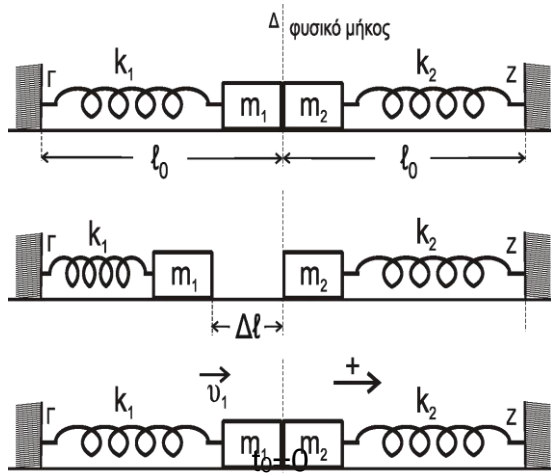
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ



Τα ιδανικά ελατήρια του σχήματος με σταθερές k_1 και k_2 ($k_1 = k_2 = k = 50 \text{ N/m}$) έχουν το ένα άκρο τους στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο (Γ και Z, αντίστοιχα). Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων συνδέονται τα σώματα m_1 και m_2 με $m_1 = m_2 = 2 \text{ kg}$.

Τα δύο σώματα αρχικά εφάπτονται μεταξύ τους και είναι ακίνητα. Τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και οι άξονές τους βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

Εκτρέπουμε το σώμα m_1 από τη θέση ισορροπίας, συμπιέζοντας το ελατήριο k_1 κατά $\Delta l = 0,4 \text{ m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Τη στιγμή που το σώμα m_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m_2 .

Γ1. Να υπολογίσετε το λόγο της συχνότητας f_1 του ήχου που καταγράφει ο δέκτης λίγο πριν την κρούση προς την αντίστοιχη συχνότητα f_2 που καταγράφει αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

Γ2. Να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$ και να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο μετά την κρούση ο δέκτης καταγράφει για πρώτη φορά συχνότητα ίση με τη συχνότητα f_s που εκπέμπει η ηχητική πηγή.

Μονάδες 6

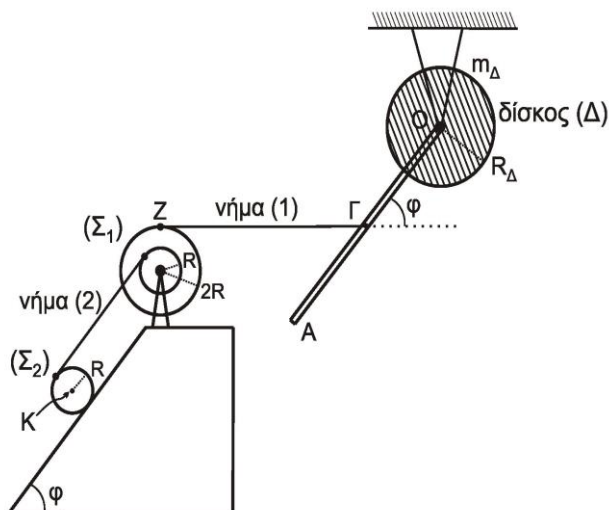
Γ4. Να υπολογίσετε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε :

- ότι κατά την κρούση τα δύο σώματα δεν παραμορφώνονται
- θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση κίνησης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- αμελητέες τις τριβές, την αντίσταση του αέρα και το χρόνο κρούσης.
- ότι ο ηχητικός δέκτης δεν καταστρέφεται κατά την κρούση.
- Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα: $v_{\eta\chi} = 340 \text{ m/s}$

ΘΕΜΑ Δ



Λεπτή ομογενής ράβδος OA μήκους $\ell = 3\text{m}$ και μάζας $M = 8\text{kg}$ είναι σταθερά συγκολλημένη με το ένα άκρο της O στο κέντρο ομογενούς δίσκου Δ μάζας $m_{\Delta} = 4\text{kg}$ και ακτίνας $R_{\Delta} = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{m}$. Το σύστημα των δύο αυτών σωμάτων (ράβδου - δίσκου) μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές ως ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο O και είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου.

Το μέσον Γ της ράβδου OA έχει δεθεί με τη βοήθεια λεπτού οριζόντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος $Z\Gamma$ (νήμα (1)) με διπλή τροχαλία Σ_1 και η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την προέκταση του οριζόντιου νήματος

$Z\Gamma$. Η διπλή τροχαλία αποτελείται από δύο ομογενείς συγκολλημένους ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες R και $2R$, όπου $R = 0,2\text{m}$ και η ροπή αδράνειάς της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδο της είναι ίση με $I_{cm(\text{τροχαλίας})} = 1,95\text{kg m}^2$.

Ένα δεύτερο λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα (2), που είναι παράλληλο σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ , είναι τυλιγμένο πολλές φορές σε ένα λεπτό αυλάκι του εσωτερικού δίσκου ακτίνας R της τροχαλίας Σ_1 και το άλλο του άκρο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια ενός ομογενούς κυλίνδρου Σ_2 μάζας $m = 30\text{kg}$ και ακτίνας R , όπως φαίνεται στο σχήμα.

Το σύστημα όλων των σωμάτων του σχήματος ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου - δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής O .

Μονάδες 4

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το νήμα $Z\Gamma$ που συνδέει τη ράβδο με την τροχαλία κόβεται και ο κύλινδρος αρχίζει να εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής O τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Μονάδες 5

Δ3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου τη χρονική στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη για πρώτη φορά μετά το κόψιμο του νήματος.

Μονάδες 5

Δ4. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας K του ομογενούς κυλίνδρου (μονάδες 8) καθώς και την ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν έχει διανύσει διάστημα $s = 2\text{m}$ στο κεκλιμένο επίπεδο (μονάδες 3).

Μονάδες 11

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$
- η ροπή αδράνειας του δίσκου Δ ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με

$$I_{cm \Delta} = \frac{1}{2} m_{\Delta} R_{\Delta}^2.$$

- η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι ίση με

$$I_{cm P} = \frac{1}{12} M \ell^2.$$

- η ροπή αδράνειας του ομογενούς κυλίνδρου Σ_2 ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm \text{ κυλίνδρου}} = \frac{1}{2}mR^2$.
- $\eta\mu\phi = 0,8$, $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,6$
- ο άξονας περιστροφής του ομογενούς κυλίνδρου Σ_2 παραμένει συνεχώς οριζόντιος σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του
- το κεκλιμένο επίπεδο είναι μεγάλου μήκους
- η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές
- το νήμα δεν ολισθαίνει στον κύλινδρο και στην τροχαλία
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1 → γ A2 → δ A3 → α A4 → δ

A5. α → Λάθος β → Σωστό γ → Λάθος δ → Σωστό ε → Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1. Η σωστή απάντηση είναι το i.

Από το σχήμα: $d = \frac{3\lambda_1}{2}$ και $d_1 = 2\lambda_1$.

Ισχύει ότι $f_2 = 2 \cdot f_1 \Leftrightarrow \frac{u_\delta}{\lambda_2} = 2 \frac{u_\delta}{\lambda_1} \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$

$$d_2 = \sqrt{d_1^2 + d^2} = \sqrt{4\lambda_1^2 + \frac{9\lambda_1^2}{4}} \Leftrightarrow d_2 = \frac{5\lambda_1}{2}$$

Συνεπώς: $d_2 - d_1 = \frac{5\lambda_1}{2} - 2\lambda_1 = \frac{\lambda_1}{2}$

Για το είδος της συμβολής:

$$A' = 2A \left| \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{d_1 - d_2}{2\lambda_2} \right| = 2A \left| \sigma\upsilon\nu\pi \frac{\frac{\lambda_1}{2}}{\frac{\lambda_1}{2}} \right| = 2A |\sigma\upsilon\nu\pi| = 2A$$

Συνεπώς συμβαίνει ενισχυτική συμβολή.

B2. Η σωστή απάντηση είναι το iii.

$$R_2 = \frac{R}{2}$$

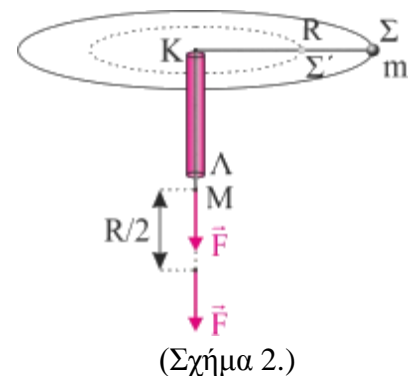
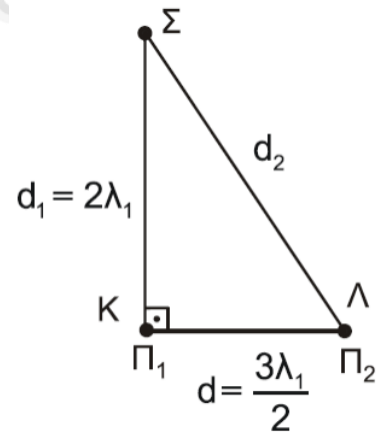
Αρχή Διατήρησης Στροφορμής

$$\vec{L}_1 = \vec{L}_2 \Leftrightarrow m \cdot u_0 \cdot R = m \cdot u_2 \cdot R_2 \Leftrightarrow u_2 = 2 \cdot u_0$$

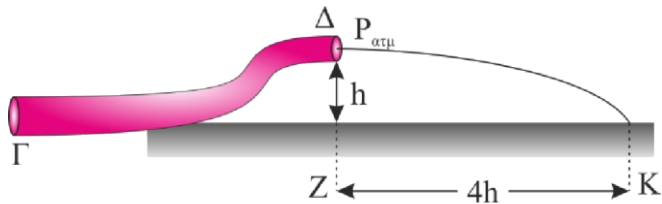
Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2 = W_F \Leftrightarrow W_F = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 4 \cdot u_0^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2 \Leftrightarrow$$

$$W_F = \frac{3}{2} \cdot m (\omega_0 \cdot R)^2 \Leftrightarrow W_F = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \omega_0^2 \cdot R^2$$



B3. Η σωστή απάντηση είναι η **i**.



(Σχήμα 3.)

Από το βεληνεκές της φλέβας του υγρού και το χρόνο πτώσης υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας της φλέβας τη στιγμή που βγαίνει από τη διατομή Δ:

$$x_{\max} = u_{\Delta} \cdot t \Leftrightarrow 4h = u_{\Delta} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \Leftrightarrow 16h^2 = u_{\Delta}^2 \frac{2h}{g} \Leftrightarrow u_{\Delta} = \sqrt{\frac{16gh}{2}} \Leftrightarrow u_{\Delta} = \sqrt{8gh} \quad (1)$$

Για τα σημεία Γ και Δ η παροχή διατηρείται. Από την εξίσωση της συνέχειας προκύπτει:

$$\Pi_{\Gamma} = \Pi_{\Delta} \Leftrightarrow A_{\Gamma} u_{\Gamma} = A_{\Delta} u_{\Delta} \Leftrightarrow 2A_{\Delta} u_{\Gamma} = A_{\Delta} u_{\Delta} \Leftrightarrow u_{\Delta} = 2u_{\Gamma} \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Γ και Δ, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (1) και (2).

$$p_{\Gamma} + \frac{1}{2} \rho u_{\Gamma}^2 + 0 = p_{\Delta} + \frac{1}{2} \rho u_{\Delta}^2 + \rho gh \Leftrightarrow p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{1}{2} \rho u_{\Delta}^2 - \frac{1}{2} \rho u_{\Gamma}^2 + \rho gh \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{1}{2} \rho 4u_{\Gamma}^2 - \frac{1}{2} \rho u_{\Gamma}^2 + \rho gh \Leftrightarrow p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{3}{2} \rho u_{\Gamma}^2 + \rho gh \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{3}{2} \rho \frac{8gh}{4} + \rho gh \Leftrightarrow p_{\Gamma} - p_{\Delta} = 4\rho gh$$

Βρήκαμε ότι:

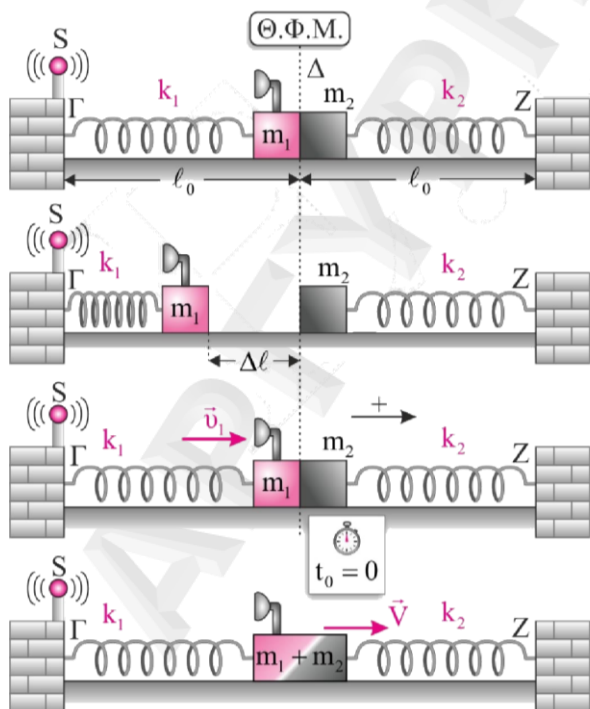
$$u_{\Delta} = \sqrt{8gh} \quad \text{άρα} \quad u_{\Gamma} = \frac{\sqrt{8gh}}{2} = \sqrt{2gh} \Leftrightarrow u_{\Gamma}^2 = 2gh \Leftrightarrow h = \frac{u_{\Gamma}^2}{2 \cdot g}$$

Τελικά

$$p_{\Gamma} - p_{\Delta} = 4\rho gh \Leftrightarrow p_{\Gamma} - p_{\Delta} = 4\rho g \frac{u_{\Gamma}^2}{2g} \Leftrightarrow p_{\Gamma} - p_{\Delta} = 2\rho u_{\Gamma}^2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



(Σχήμα 4.)

$$u_1 = u_{\max} = \omega \cdot A = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \cdot \Delta l \Leftrightarrow u_1 = 2\text{m/sec}$$

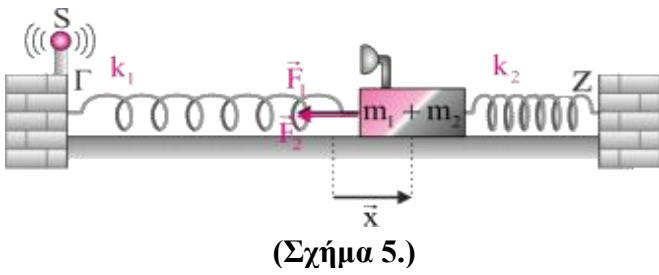
Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης Ορμής αφού το σύστημά μας είναι μονωμένο.

$$\vec{p}_{\text{αρχ}} = \vec{p}_{\text{τελ}} = m_1 u_1 = (m_1 + m_2) V \Leftrightarrow V = 1\text{m/sec}$$

Ο λόγος των συχνοτήτων υπολογίζεται.

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\left(\frac{u_{\eta\chi} - u_1}{u_{\eta\chi}} \right) f_s}{\left(\frac{u_{\eta\chi} - V}{u_{\eta\chi}} \right) f_s} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{u_{\eta\chi} - u_1}{u_{\eta\chi} - V} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{338}{339}$$

Γ2.



Σχεδιάζουμε το συσσωμάτωμα σε μια τυχαία θέση και υπολογίζουμε τη συνισταμένη δύναμη στη διεύθυνση κίνησης του.

$$\Sigma F = -F_{\varepsilon_1} - F_{\varepsilon_2} = -k_1 x - k_2 x = -k_1 + k_2 \cdot x$$

Άρα, το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ με

$$D = k_1 + k_2 = 2k.$$

1^{ος} Τρόπος

Εφαρμόζουμε διατήρηση ενέργειας ταλάντωσης στη θέση της κρούσης που είναι και θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

$$E = K + U \Leftrightarrow \frac{1}{2} 2mV^2 = \frac{1}{2} D(A')^2 \Leftrightarrow A' = 0,2m$$

2^{ος} Τρόπος

Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη Θ.Ι. της ταλάντωσης.

Συνεπώς:

$$V = V_{\max} \Leftrightarrow V = \omega' A' \Leftrightarrow A' = 0,2m$$

Γ3. Για να καταγράψει ο δέκτης συχνότητα ίση με την f_s θα πρέπει να έχει ταχύτητα μηδέν. Αυτό συμβαίνει

$$\text{μετά από χρόνο } t = \frac{T}{4} \Leftrightarrow t = \frac{2\pi\sqrt{\frac{2m}{2k}}}{4} \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{10} \text{ sec}$$

Γ4.

Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος υπολογίζεται με τη βοήθεια του δευτέρου νόμου του Νεύτωνα.

$$\left| \frac{\Delta p}{\Delta t} \right|_{\max} = \Sigma F_{\max} = DA' = 2k \cdot A' \Leftrightarrow \left| \frac{\Delta p}{\Delta t} \right|_{\max} = 20N$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Θεώρημα Steiner για την ράβδο.

$$I_p = I_{cm} + M \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 = \frac{M\ell^2}{3}$$

Για το σύστημα

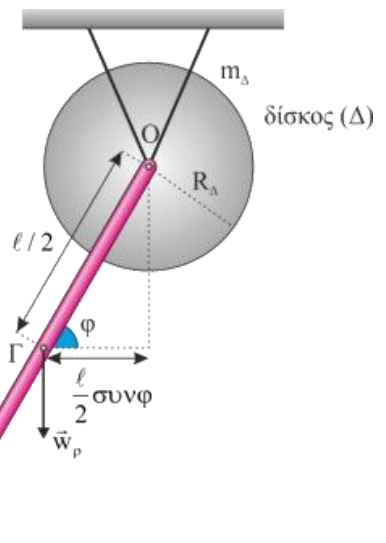
$$I_{\text{συστ}} = I_p + I_{cm,\delta} \Leftrightarrow I_{\text{συστ}} = \frac{M\ell^2}{3} + \frac{m_\Delta R_\Delta^2}{2} \Leftrightarrow I_{\text{συστ}} = 24 + 1 \Leftrightarrow$$

$$I_{\text{συστ}} = 25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

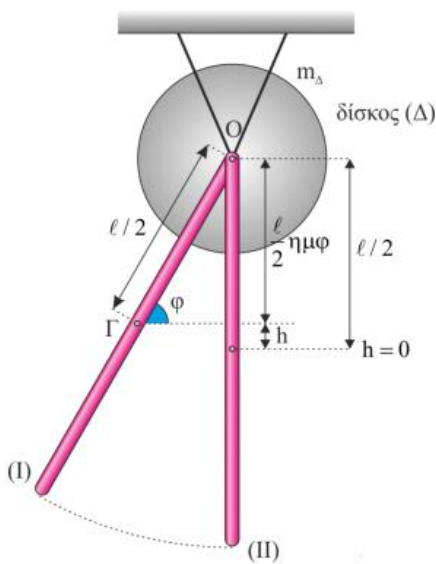
Δ2.

(Σχήμα 6.)

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau_0 \Leftrightarrow \frac{dL}{dt} = M \cdot g \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \text{συν}\varphi \Leftrightarrow \frac{dL}{dt} = 72 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$



(Σχήμα 6.)



(Σχήμα 7.)

Δ3.

Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας (I) → (II)

$$K_{II} - K_I = W_{W_p} \Leftrightarrow K_{\text{συστ}} - 0 = M \cdot g \left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2} \eta \mu \varphi \right)$$

Για την Κινητική Ενέργεια του Συστήματος

$$K_{\text{συστ}} = 8 \cdot 10 \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2} \cdot 0,8 \right) \Leftrightarrow K_{\text{συστ}} = 24 \text{ J}$$

Δ4.

Το νήμα δεν ολισθαίνει.

$$\alpha_{\Gamma} = \alpha_{\Delta} \Leftrightarrow \alpha_{\text{επιτρ.}\Gamma} = 2 \cdot \alpha_{\text{cm,κ}} \Leftrightarrow \alpha_{\gamma,\text{τρ}} \cdot R = 2 \cdot \alpha_{\text{cm,κ}} \Leftrightarrow \alpha_{\gamma,\text{τρ}} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \alpha_{\text{cm,κ}}}{R} \text{ (σχ.1)}$$

Εφαρμόζουμε Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής **Τροχαλία**

$$\Sigma \tau = I_{\text{τρ}} \cdot \alpha_{\gamma,\text{τρ}} \Leftrightarrow T_v \cdot R = I_{\text{τρ}} \cdot \frac{2\alpha_{\text{cm,κ}}}{R} \Leftrightarrow T_v = I_{\text{τρ}} \cdot \frac{2\alpha_{\text{cm,κ}}}{R^2} \Leftrightarrow T_v = \frac{195}{2} \cdot \alpha_{\text{cm,κ}} \text{ (σχ.2)}$$

Κύλινδρος

Μεταφορική

$$W_x - T_v - T_s = m \cdot \alpha_{\text{cm,κ}} \Leftrightarrow m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi - T_v - T_s = m \cdot \alpha_{\text{cm,κ}}$$

$$\Leftrightarrow 30 \cdot 8 - \frac{195}{2} \cdot \alpha_{\text{cm,κ}} - T_s = 30 \cdot \alpha_{\text{cm,κ}} \Leftrightarrow T_s = 240 - \frac{255}{2} \cdot \alpha_{\text{cm,κ}} \text{ (σχ.3)}$$

Στροφοική

$$T_s \cdot R - T_v \cdot R = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \frac{\alpha_{\text{cm,κ}}}{R} \Leftrightarrow 240 - \frac{255}{2} \cdot \alpha_{\text{cm,κ}} - \frac{195}{2} \cdot \alpha_{\text{cm,κ}} = \frac{30}{2} \cdot \alpha_{\text{cm,κ}} \Leftrightarrow \alpha_{\text{cm,κ}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

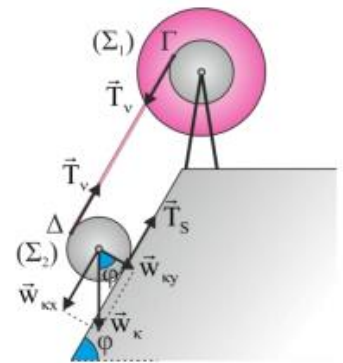
Για την ταχύτητα:

$$u_{\text{cm}} = \alpha_{\text{cm}} \cdot t \text{ (σχ.4)}$$

$$S_{\text{cm}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\text{cm}} \cdot t^2 \Leftrightarrow t^2 = 4 \Leftrightarrow t = 2 \text{ sec}$$

Συνεπώς η ταχύτητα:

$$u_{\text{cm}} = 1 \cdot 2 \Leftrightarrow u_{\text{cm}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



(Σχήμα 8.)