ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΑΛΓΕΒΡΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

Ημερομηνία: Σάββατο 21 Απριλίου 2018
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι:

Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με ένα πολυώνυμο της μορφής $x-\rho$ ισούται με την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου για $x=\rho$. Είναι δηλαδή $\upsilon = P(\rho)$.

Μονάδες 10

Α2. Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας, σωστά συμπληρωμένες τις παρακάτω ισότητες

(α) $\ln e^{-\theta} =$

(β) $e^{\ln\theta} =$ για κάθε $\theta > 0$

(γ) $\ln 1 =$

(δ) $\ln\frac{1}{e} =$

(ε) $\ln^2 e^2 =$

Μονάδες 5

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ΣΩΣΤΟ, αν η πρόταση είναι σωστή ή ΛΑΘΟΣ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α) Κάθε συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A θα λέγεται άρτια όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει $f(-x) = f(x)$.

(β) Ισχύει $1 + εφ^2ω = \dfrac{1}{συν^2ω}$.

(γ) Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

(δ) Αν ο ακέραιος $ρ$ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου ενός πολυωνύμου $P(x)$ με ακέραιους συντελεστές τότε είναι κατ΄ ανάγκη ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$.

ε) Η συνάρτηση $f(x) = α^x$ με $0 < α < 1$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$. τελεία)

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = α - βημ\dfrac{x}{2}$, με $α, β \in \mathbb{R}$ η οποία διέρχεται από το σημείο $A(3π, 3)$ και ισχύει $f(π) = -1$.

Β1. Να αποδείξετε ότι $α = 1$ και $β = 2$.

Μονάδες 7

Β2. Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.

Μονάδες 4

Β3. Να λύσετε την εξίσωση $f^2(x) + 4 = 4f(x)$ με $x \in [0, T]$ όπου T η περίοδός της συνάρτησης f.

Μονάδες 9

Β4. Να εξετάσετε αν η εξίσωση $f(x) = ημ\dfrac{39π}{2} - e$ έχει λύση στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Παρακάτω φαίνεται ένα ελλιπές σχήμα Hornerόπου $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ το οποίο παριστάνει τη διαίρεση ενός πολυωνύμου $f(x)$ με το πολυώνυμο $x-1$.

α	-8	22	-24	β	1
		15		0	

Γ1. Να δείξετε ότι $\alpha=1$ και $\beta=9$ ***(5 Μονάδες)*** και ότι το πολυώνυμο έχει τύπο $f(x)=x^4-8x^3+22x^2-24x+9$ ***(1 Μονάδα)***.

Μονάδες 6

Γ2. Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f δεν βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 7

Γ3. **(i)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $h(x)=1+\dfrac{f(x)}{x^2-4x+3}$.

Μονάδες 2

(ii) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης h με την ευθεία $y=x$.

Μονάδες 5

Γ4. Να λυθεί η εξίσωση

$$\left[f(2)\right]^x+3\cdot\left[f(4)\right]^{2x}=4\left[f(0)\right]^x,\quad x\in\mathbb{R}.$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με τύπους

$$f(x)=\ln\left(\frac{e^x-1}{x}\right) \text{ και } g(x)=\ln\left(e^{x^2}-1\right)-2\ln x .$$

Δ1. **(i)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Μονάδες 4

(ii) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης g.

Μονάδες 4

Δ2. Να λυθεί η εξίσωση $f(2x)-f(x)=\ln\left(e^{2x}-2e^x+3\right)-\ln 2, x\neq 0$.

Μονάδες 6

Δ3. Να λυθεί η ανίσωση $f(x)+\ln x>g(x)+\ln x^2$.

Μονάδες 5

Δ4. **(i)** Να δείξετε ότι $f(x)=f(-x)+x$ για κάθε $x\neq 0$.

Μονάδες 3

(ii) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f(2018)$ και $f(-2018)$.

Μονάδες 3