ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Β΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ1Α(α)

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 8 Απριλίου 2017
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Βλέπε σελ. 90.
Α2. **α)** Σ, **β)** Σ, **γ)** Λ, **δ)** Λ, **ε)** Λ.

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\alpha=\sqrt{\left(4-\sqrt{2}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}$

$\alpha=\left|4-\sqrt{2}\right|+\left|\sqrt{2}-1\right|$

$\alpha=4-\sqrt{2}+\sqrt{2}-1$

$\boxed{\alpha=3}$

Γιατί $4>\sqrt{2}\Leftrightarrow 4-\sqrt{2}>0$ και $\sqrt{2}>1\Leftrightarrow\sqrt{2}-1>0$

$\beta=\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}\sqrt{2+\sqrt{2}}$

$\beta=\sqrt{2\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2+\sqrt{2}\right)}$

$\beta=\sqrt{2\left(2^2-\sqrt{2}^2\right)}$

$\beta=\sqrt{2(4-2)}$

$\beta=\sqrt{4}$

$\boxed{\beta=2}$

Β2. $x^2-3|x|-4=0$

$\Leftrightarrow |x|^2-3|x|-4=0$

Θέτω $|x|=y\geq 0$ άρα:

$y^2-3y-4=0$
$\Delta=(-3)^2-4\cdot1\cdot(-4)$
$\Delta=9+16$
$\Delta=25>0$
$y_{1,2}=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{25}}{2\cdot1}=\dfrac{3\pm5}{2}\Rightarrow\begin{cases}y_1=4\\ y_2=-1 \text{ απορρίπτεται γιατί } y\geq0\end{cases}$

Οπότε:
$|x|=4\Leftrightarrow \boxed{x_1=4}$ ή $\boxed{x_2=-4}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma$
$\Delta=\left[-(\lambda-2)\right]^2-4\lambda(2-\lambda)$
$\Delta=\lambda^2-4\lambda+4-8\lambda+4\lambda^2$
$\boxed{\Delta=5\lambda^2-12\lambda+4}$

Γ2. **α)** Η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες όταν:
$\Delta\geq0$ και $\lambda\neq0$
$5\lambda^2-12\lambda+4\geq0$ και $\lambda\neq0$
Συνεπώς:
$\Delta_\lambda=\beta^2-4\alpha\gamma$
$\Delta_\lambda=(-12)^2-4\cdot5\cdot4$
$\Delta_\lambda=144-80$
$\Delta_\lambda=64>0$

$\lambda_{1,2}=\dfrac{-(-12)\pm\sqrt{64}}{2\cdot5}=\dfrac{12\pm8}{10}\Rightarrow\begin{cases}\boxed{\lambda_1=2}\\ \boxed{\lambda_2=\dfrac{2}{5}}\end{cases}$

λ	$-\infty$		$\frac{2}{5}$		2		$+\infty$
		+	0	−	0	+	

Οπότε, $\lambda\in(-\infty,0)\cup\left(0,\dfrac{2}{5}\right]\cup[2,+\infty)$

β) $x_1 \cdot x_2 - 3(x_1 + x_2) = 0$

$\Leftrightarrow P - 3 \cdot S = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{\gamma}{\alpha} - 3\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 - \lambda - 3(\lambda - 2) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 - \lambda - 3\lambda + 6 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4\lambda = -8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{\lambda = 2}$

Γ3. $y_1 + y_2 = 6$ και $y_1 \cdot y_2 = 5$. Άρα:

$$\left||\kappa| + 2\right| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} |\kappa| + 2 = 6 \Leftrightarrow |\kappa| = 4 \Leftrightarrow \boxed{\kappa = 4} \text{ ή } \boxed{\kappa = -4} \\ \text{ή} \\ |\kappa| + 2 = -6 \Leftrightarrow |\kappa| = -8 \text{ Αδύνατη} \end{cases}$$

$$d(\mu, 4) = 5 \Leftrightarrow |\mu - 4| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} \mu - 4 = 5 \Leftrightarrow \boxed{\mu = 9} \\ \text{ή} \\ \mu - 4 = -5 \Leftrightarrow \boxed{\mu = -1} \end{cases}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Άρα $x^2 + x - 6 < 0$ και $x^2 + 3x + 2 > 0$.

- $x^2 + x - 6 < 0$

$\Delta = 1 + 24 = 25$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = +2 \end{cases}$$

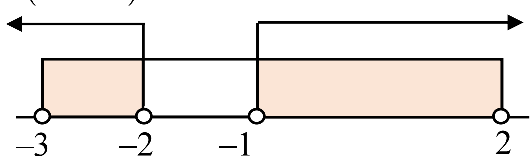
Άρα $x \in (-3, 2)$.

- $x^2 + 3x + 2 > 0$

$\Delta = 9 - 8 = 1$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Άρα $x \in (-\infty, -2) \cup (-1, +\infty)$.



Άρα, οι κοινές λύσεις των ανισώσεων είναι $x \in (-3, -2) \cup (-1, 2)$.

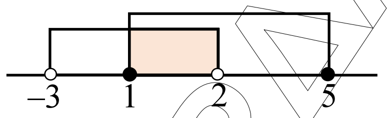
Δ2. **α)** $x \in (-3,2) \Leftrightarrow -3 < x < 2 \Leftrightarrow 3 > -x > -2 \Leftrightarrow 3+3 > 3-x > 3-2 \Leftrightarrow 6 > 3-x > 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{1 < 3-x < 6}$

β) $-1 < \sqrt{x^2-6x+9} \leq 2$

$\Leftrightarrow -1 < \sqrt{x^2-6x+9}$ και $\sqrt{x^2-6x+9} \leq 2$

- $-1 < \sqrt{x^2-6x+9}$ ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- $\sqrt{x^2-6x+9} \leq 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} \leq 2 \Leftrightarrow |x-3| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x-3 \leq 2 \Leftrightarrow \boxed{1 \leq x \leq 5}$



$x \in [1,2)$

Δ3. **α)** Πρέπει και αρκεί: $9-x^2 > 0 \Leftrightarrow |x| < 3 \Leftrightarrow -3 < x < 3$. Άρα $A_f = (-3,3)$

β) $f(2) = \dfrac{4\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow \dfrac{2+\alpha}{\sqrt{9-2^2}} = \dfrac{4\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow 5(2+\alpha) = 4\sqrt{5}\sqrt{5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 10 + 5\alpha = 4 \cdot 5 \Leftrightarrow 5\alpha = 20 - 10 \Leftrightarrow \boxed{\alpha = 2}$