

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

## ΘΕΜΑ Α

A1. Αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x), \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Μονάδες 7

A2. Έστω μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$ . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_0 \in A$ ;

Μονάδες 4

A3. Αν ομαδοποιήσουμε τις παρατηρήσεις μιας μεταβλητής σε κλάσεις, τι ονομάζουμε πλάτος μιας κλάσης;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  και  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε ισχύει

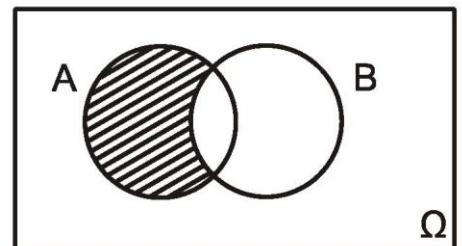
$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x), \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

β) Μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε  $x_1, x_2 \in \Delta$ , με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) < f(x_2)$ .

γ) Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.

δ) Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύει ότι

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$



ε) Το γραμμοσκιασμένο χωρίο στο διπλανό σχήμα αντιστοιχεί στο ενδεχόμενο  $B - A$ .

Μονάδες 10

## ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τιμές  $x_i$ , και οι αντίστοιχες συχνότητες  $v_i$ , που προέκυψαν από παρατηρήσεις μιας μεταβλητής  $X$ .

$x_i$	$v_i$
1	2
3	3
5	4
9	1

B1. Για τις παρατηρήσεις αυτές να υπολογιστούν :

- α. η μέση τιμή  $\bar{x}$  (μονάδες 6)
- β. η διάμεσος  $\delta$  (μονάδες 5)
- γ. η διακύμανση  $s^2$  (μονάδες 7)

Μονάδες 18

B2. Να εξετάσετε αν το δείγμα των παραπάνω παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.

Μονάδες 7

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - x + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$

Γ1. Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης  $f$ .

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\epsilon$ ) της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $A(2, f(2))$ .

- Γ3. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η ευθεία ( $\epsilon$ ) του ερωτήματος Γ2 τέμνει τους άξονες  $x'$  και  $y'$ .  
Μονάδες 7
- Γ4. Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1}$   
Μονάδες 4

Μονάδες 8

**ΘΕΜΑ Δ**

Ένα κουτί έχει τρεις μπάλες, μία άσπρη, μία μαύρη και μία κόκκινη. Κάνουμε το εξής πείραμα: παίρνουμε από το κουτί μια μπάλα, καταγράφουμε το χρώμα της και την ξαναβάζουμε στο κουτί. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία άλλη μια φορά.

Δ1. Να κατασκευάσετε το δένδροδιάγραμμα που περιγράφει το παραπάνω πείραμα (μονάδες 3) και να γράψετε τον δειγματικό χώρο  $\Omega$  του πειράματος. (μονάδες 2)

Μονάδες 5

Δ2. Να παρασταθούν με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:

- A: «η δεύτερη μπάλα που θα εξαχθεί να είναι μαύρη»  
B: «να εξαχθούν δυο μπάλες διαφορετικού χρώματος».

Μονάδες 6

Δ3. Υποθέτουμε ότι ο δειγματικός χώρος  $\Omega$  του προηγούμενου πειράματος αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και A, B είναι τα ενδεχόμενα του ερωτήματος Δ2.

α. Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

A',  $A \cap B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$ . (μονάδες 8)

β. Αν  $\Gamma$  είναι ένα ενδεχόμενο του δειγματικού χώρου  $\Omega$ , το οποίο είναι ασυμβίβαστο τόσο με το ενδεχόμενο A όσο και με το ενδεχόμενο B, να υπολογίσετε ποια είναι η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει η πιθανότητα  $P(\Gamma)$ . (μονάδες 6)

Μονάδες 14