ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελίδα 31.

Α2. Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 14.

Α3. Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 72.

Α4. α. – Σωστό, β.- Λάθος, γ.- Λάθος, δ.- Σωστό, ε.- Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1.

x_i	v_i	x_iv_i	N_i	$x_i-\bar{x}$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^2 v_i$
1	2	2	2	-3	9	18
3	3	9	5	-1	1	3
5	4	20	9	1	1	4
9	1	9	10	5	25	25
Συν	10	40	-	-	-	50

α. Μέση τιμή $\bar{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{4} x_i\cdot v_i}{v}=\dfrac{40}{10}=4$ $\bar{x}=4$

β. Διάμεσος $\delta=\dfrac{x_5+x_6}{2}=\dfrac{3+5}{2}=\dfrac{8}{2}=4$ δ=4

γ. $s^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{4}(x_i\cdot\bar{x})^2 v_i}{v}=\dfrac{50}{10}=5$ Διακύμανση $s^2=5$

δ. Τυπική απόκλιση $s=\sqrt{5}$

Συντελεστής μεταβολής $CV=\dfrac{S}{|\bar{x}|}=\dfrac{\sqrt{5}}{4}$ $\left(\dfrac{\sqrt{5}}{4}\right)^2>\left(\dfrac{1}{10}\right)^2\Rightarrow$

$\dfrac{5}{16}>\dfrac{1}{100}\Rightarrow\dfrac{500}{1600}>\dfrac{16}{1600}$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f(x)=x^2-x+1,\ x\in\mathbb{R}$ $f'(x)=2x-1,\ \ x\in\mathbb{R}$

$f'(x)=0\Rightarrow 2x-1=0\Rightarrow 2x=1\Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$ $f'(x)>0\Rightarrow 2x-1>0\Rightarrow 2x>1\Rightarrow x>\dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘		↗

Για $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$ η f ↘

Για $x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ η f ↗

Για $x = \frac{1}{2}$ η f έχει ολικό ελάχιστο

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1-2+4}{4} = \frac{3}{4}$$

Γ2. $f'(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \Rightarrow f'(2) = 3$

$f(2) = 2^2 - 2 + 1 = 3 \Rightarrow f(2) = 3$

ε: $y - f(2) = f'(2) \cdot (x-2)$

$y - 3 = 3(x-2)$

$y = 3x - 6 + 3$

ε: $y = 3x - 3$

Γ3. Η ευθεία ε τέμνει τον x΄x όταν y=0

$0 = 3x - 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$ Α(1,0)

Η ευθεία ε τέμνει τον y΄y όταν x=0

$Y = 3 \cdot 0 - 3 \Rightarrow y = -3$ Β (0,3)

Γ4.

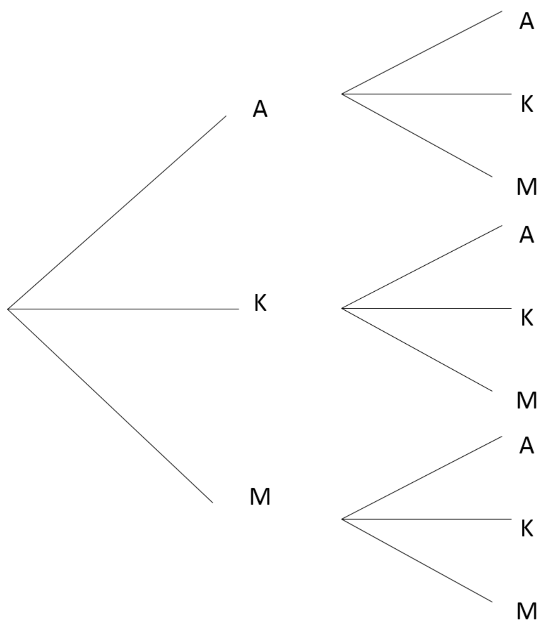
$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1} \underset{\text{Α.Μ.}}{\overset{\frac{0}{0}}{=}}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2-x+\cancel{1}-\cancel{1}}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} =$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} = \frac{1}{\sqrt{1}+1} = \frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

$1^η$ μπάλα $2^η$ μπάλα



Ω = {AA, AK,AM,KA,KK,KM,MA,MK,MM}

Δ2. A ={AM, KM, MM}
B ={AK, AM, KA, KM, MA, MK}

Δ3. $P(A)=\frac{N(A)}{N(\Omega)}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ $\qquad$ $P(A')=1-P(A)=1-\frac{3}{9}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

A ∩ B = {AM,KM}

$P(A\cap B)=\frac{N(A\cap B)}{N(\Omega)}=\frac{2}{9}$ $\qquad$ $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{3}{9}-\frac{2}{9}=\frac{1}{9}$

$P(B)=\frac{6}{9}$ $\qquad$ $P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{6}{9}-\frac{2}{9}=\frac{4}{9}$

$P(A')=\frac{2}{3}$ $\qquad$ $P(A\cap B)=\frac{2}{9}$ $\qquad$ $P(A-B)=\frac{1}{9}$ $\qquad$ $P(B\text{-}A)=\frac{4}{9}$

β) Αφού Γ ασυμβίβαστο με Α και Β άρα:

$\Gamma\cap A=\varnothing$ και $\Gamma\cap B=\varnothing$ $\qquad$ Επομένως $\Gamma\cap(A\cup B)=\varnothing$

Άρα $\Gamma\subseteq(A\cup B)'$ $\qquad$ A ∪ B = {AM,AK,KA,KM,MA,MK,MM}

$N(\Gamma)\leq N(A\cup B)'$ $\qquad$ $(A\cup B)'$={AA,KK}

οπότε : $\frac{N(\Gamma)}{N(\Omega)}\leq\frac{N(A\cup B)'}{N(\Omega)}$

$P(\Gamma)\leq\frac{2}{9}$

Άρα η μεγαλύτερη τιμή είναι: $\frac{2}{9}$.