ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελίδα 31.

Α2 α-Λάθος
β-Σωστό
γ-Σωστό

Α3. α) $\left(x^{\rho}\right)' = \rho \cdot x^{\rho-1}$ όπου ρ ρητός αριθμός.

β) $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

γ) $\bar{x} = \dfrac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \ldots + x_\nu w_\nu}{w_1 + w_2 + \ldots + w_\nu} = \dfrac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{\nu} w_i}$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\kappa = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 + x - 2}{x-1} \underset{\text{Α.Μ.}}{\overset{\frac{0}{0}}{=}} \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x+2)(x-1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}(x+2) = 3$

Άρα κ=3.

Β2. Για κ=3 οι βαθμοί του γίνονται.
4,3,5,6,7,4,6,5,6,4

x_i	ν_i	$x_i \cdot \nu_i$
3	1	3
4	3	12
5	2	10
6	3	18
7	1	7
Σύνολο	10	50

Μέση τιμή $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} x_i \cdot \nu_i}{\nu} = \dfrac{50}{10} = 5$

B3.

x_i	v_i	$\left(x_i-\bar{x}\right)^2\cdot v_i$
3	1	4
4	3	3
5	2	0
6	3	3
7	1	4
Σύνολο	10	14

Διακύμανση $s^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}\left(x_i-\bar{x}\right)^2\cdot v_i}{v}=\dfrac{14}{10}=1{,}4$

B4. Η τυπική απόκλιση είναι $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{1{,}4}=1{,}18$

Άρα ο συντελεστής μεταβολής είναι.

$CV=\dfrac{s}{\left|\bar{x}\right|}\cdot 100\%=\dfrac{1{,}18}{5}100\%=23{,}6\%$.

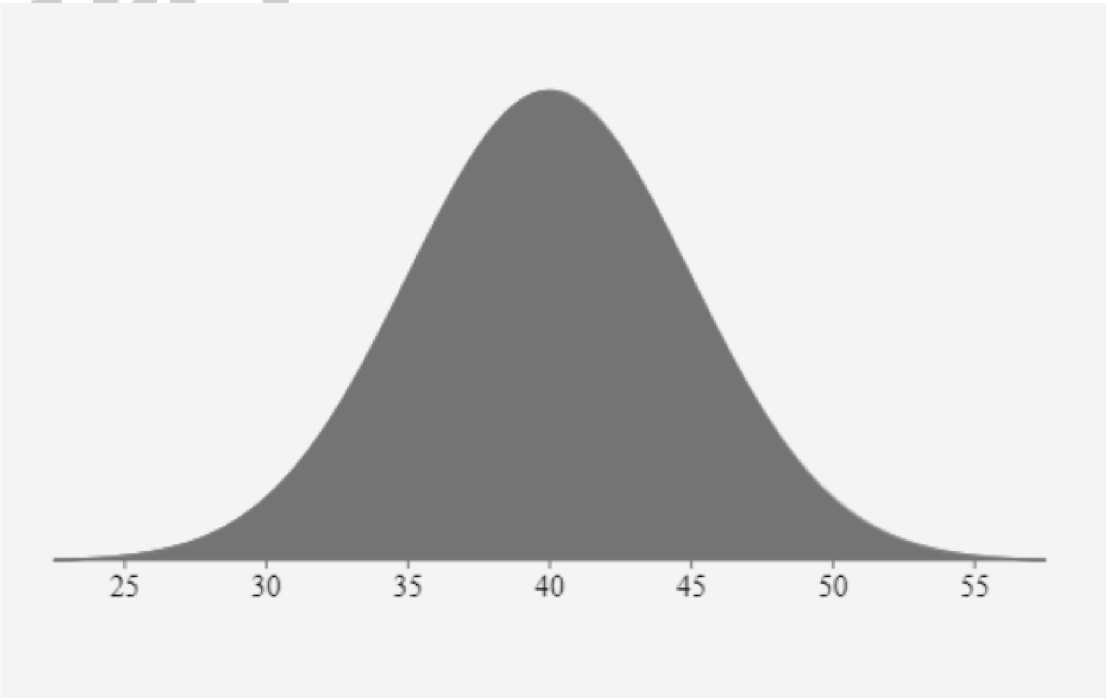
ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Επειδή το 50% των εργαζομένων έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 40 ετών άρα $\bar{x}=40$.

Γ2. Επειδή το 16% των εργαζομένων έχουν ηλικία κάτω από 35 άρα 0,15%+2,35%+13,5%=16%. Τελικά θα ισχύει:

$\bar{x}-s=35\Leftrightarrow 40-s=35\Leftrightarrow s=5$

Γ3.



Πάνω από 45 έτη έχουμε ποσοστό 13,5%+2,35%+0,35%=16%
Άρα έχω: στους 100 μαθητές υπάρχουν 16 μαθητές
Στους 400 μαθητές >> Χ >>
$100x = 400 \cdot 16 \Leftrightarrow x = 64$ μαθητές

Γ4. Από 30 έως 45 έτη από την κανονική κατανομή έχουμε ποσοστό 13,5%+34%+34%=81,5%
Άρα έχω: στους 100 μαθητές υπάρχουν 81,5 μαθητές
Στους 400 μαθητές >> Χ >>
$100x = 400 \cdot 81{,}5 \Leftrightarrow x = 326$ μαθητές

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1, x \in R$

$f'(x) = -x^2 + 4x - 3, x \in R$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0,\quad \Delta = 4$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{-2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

x	$-\infty$ 1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\downarrow$

Για $x \in (-\infty, 1]$ και $[3, +\infty)$ η f είναι γνησίως φθίνουσα.
Για $x \in [1, 3]$ η f είναι γνησίως αύξουσα.

Δ2. Για $x = 1$ η f έχει τοπικό μέγιστο $f(1) = -\frac{1}{3}$.
Για $x = 3$ η f έχει τοπικό μέγιστο $f(3) = 1$.

Δ3. Έστω σημείο $A(x_0, f(x_0))$ στο οποίο η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x + 2017$ τότε θα ισχύει

$f'(x_0) = 1 \Rightarrow -x_0^2 + 4x_0 - 3 = 1 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2$

Άρα $f(2) = -\frac{1}{3}2^3 + 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1 = -\frac{8}{3} + 3 = \frac{1}{3}$

Το ζητούμενο σημείο είναι $A\left(2, \frac{1}{3}\right)$.

Δ4. $y = f''(x) \Rightarrow y = -2x + 4$

Οι τεταγμένες των σημείων $\mathrm{M}_1, \mathrm{M}_2, \mathrm{M}_3, \mathrm{M}_4, \mathrm{M}_5$, προκύπτουν από τις τετμημένες με τη βοήθεια της $y = -2x + 4$.

Άρα σύμφωνα με εφαρμογή του σχολικού βιβλίου η τυπική απόκλιση των τεταγμένων θα είναι:

$s_y = |-2| \cdot s_x \Rightarrow s_y = 2 \cdot 3 \Rightarrow s_y = 6.$