ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ**

Ημερομηνία: Κυριακή 24 Απριλίου 2016
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

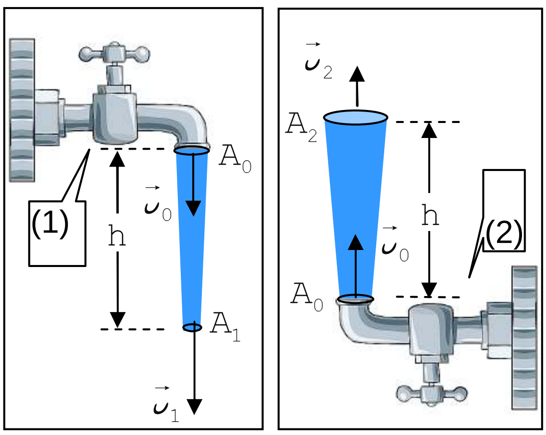
ΘΕΜΑ Α

ΕΡΩΤΗΣΗ	**Α1**	**Α2**	**Α3**	**Α4**
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	δ	β	β	γ

Α5 **α.** Σ
β. Λ
γ. Λ
δ. Λ
ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η σωστή απάντηση είναι η **(β)**



Οι στοιχειώδης μάζες του νερού που εκτοξεύονται από το στόμιο της βρύσης αποκτούν ταχύτητες μέτρων $υ_1$ και $υ_2$ αντίστοιχα σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, γιατί κινούνται εξαιτίας του βάρους τους και μόνο η οποία είναι διατηρητική δύναμη. Θεωρούμε ότι το νερό συμπεριφέρεται σαν ιδανικό υγρό (χωρίς να υπάρχουν εσωτερικές τριβές) και φυσικά πριν η ροή του νερού γίνει τυρβώδης.

(1): $E_{μηχ(0)} = E_{μηχ(1)}$ οπότε $K_{(0)} + U_{(0)} = K_{(1)} + U_{(1)} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot \Delta m \cdot υ_0^2 + \Delta m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}\cdot \Delta m \cdot υ_1^2 \Leftrightarrow υ_0^2 + 2\cdot g\cdot h = υ_1^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\cdot g\cdot h + 2\cdot g\cdot h = υ_1^2 \Leftrightarrow \boxed{υ_1 = \sqrt{6\cdot g\cdot h}}$$

(2): $E_{μηχ(0)} = E_{μηχ(2)}$ οπότε $K_{(0)} + U_{(0)} = K_{(2)} + U_{(2)} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot \Delta m \cdot υ_0^2 = \frac{1}{2}\cdot \Delta m \cdot υ_2^2 + \Delta m \cdot g \cdot h \Leftrightarrow υ_0^2 - 2\cdot g\cdot h = υ_2^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\cdot g\cdot h - 2\cdot g\cdot h = υ_2^2 \Leftrightarrow \boxed{υ_2 = \sqrt{2\cdot g\cdot h}}$$

Από την εξίσωση της συνέχειας έχουμε:

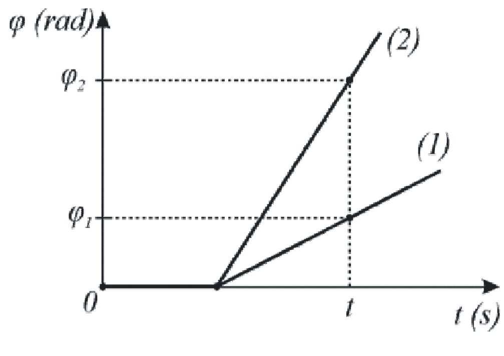
$$\Pi_1 = \Pi_2 \Leftrightarrow A_1\cdot υ_1 = A_2 \cdot υ_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A_1 \cdot \sqrt{6\cdot g\cdot h} = A_2 \cdot \sqrt{2\cdot g\cdot h} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{2\cdot g\cdot h}}{\sqrt{6\cdot g\cdot h}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

Οπότε: $\frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow \boxed{\frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{3}}{3}}$

Β2. Η σωστή απάντηση είναι η (γ)



Ισχύει:

$$ω_1 = \frac{\Delta φ_1}{\Delta t} \Leftrightarrow 2\pi f_1 = \frac{φ_1 - 0}{t-0} \Leftrightarrow 2\pi f_1 = \frac{φ_1}{t} \; (1)$$

$$ω_2 = \frac{\Delta φ_2}{\Delta t} \Leftrightarrow 2\pi f_2 = \frac{φ_2 - 0}{t-0} \Leftrightarrow 2\pi f_2 = \frac{3φ_1}{t} \; (2)$$

Διαιρούμε τις σχέσεις (1) και (2) οπότε:

$$\frac{2\pi f_1}{2\pi f_2} = \frac{\frac{φ_1}{t}}{\frac{3φ_1}{t}} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\frac{υ}{λ_1}}{\frac{υ}{λ_2}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{λ_2}{λ_1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow λ_1 = 3λ_2$$

Οπότε $(OK) = 4λ_1 = 12λ_2$

Β3. **α.** Η σωστή απάντηση είναι η **(i)**

Από την εξίσωση της απομάκρυνσης $y = 0,2\eta\mu(10\pi t)$ (SI),

υπολογίζει ο μαθητής τη συχνότητα $\omega = 2\pi f$ ή $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5Hz$.

Το μήκος κύματος είναι:

$$\upsilon = \lambda \cdot f \ \text{ ή } \ \lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{2}{5}m = 0,4m.$$

Η διαφορά δρόμου για το σημείο Μ είναι:

$$d_2 - d_1 = 1,2m - 0,2m = 1m$$

Το πλάτος της απομάκρυνσης στο σημείο Μ είναι:

$$|A'| = \left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{d_2 - d_1}{2\lambda}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{1m}{2 \cdot 0,4}\right| \text{ ή}$$

$$|A'| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{2}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}\right| = 0$$

β. Η σωστή απάντηση είναι η **(i)**

Για να μετατρέψει ο μαθητής το σημείο σε ενισχυτική συμβολή πρέπει:

$$d_2 - d_1 = \kappa \cdot \lambda = \kappa\frac{\upsilon}{f} \text{ ή}$$

$$f = \frac{\kappa \cdot \upsilon}{d_2 - d_1} = 2\kappa \quad (1)$$

Θέλουμε να υπολογίσουμε την ελάχιστη κατ' απόλυτη τιμή επί τοις εκατό % μεταβολή (αύξηση ή μείωση) της συχνότητας των δύο πηγών παραγωγής κυμάτων:

- Για $\kappa = 1$ $(1) \Rightarrow f_1 = 2 \cdot 1\text{Hz} = 2\text{Hz}$ ενώ $\Delta f = |f - f_1| = |5 - 2|\text{Hz} = 3\text{Hz}$
- Για $\kappa = 2$ $(1) \Rightarrow f_2 = 2 \cdot 2\text{Hz} = 4\text{Hz}$ ενώ $\Delta f = |f - f_2| = |5 - 4|\text{Hz} = 1\text{Hz}$
- Για $\kappa = 3$ $(1) \Rightarrow f_3 = 2 \cdot 3\text{Hz} = 6\text{Hz}$ ενώ $\Delta f = |f - f_3| = |5 - 6|\text{Hz} = 1\text{Hz}$

Η ελάχιστη μεταβολή είναι για τις δύο τελευταίες περιπτώσεις, όπου το ποσοστό επί τοις εκατό % μεταβολής της συχνότητας κατά απόλυτη τιμή είναι:

$$\Pi = \frac{\Delta f}{f} 100\% = \frac{1\text{Hz}}{5\text{Hz}} 100\% = 20\%$$

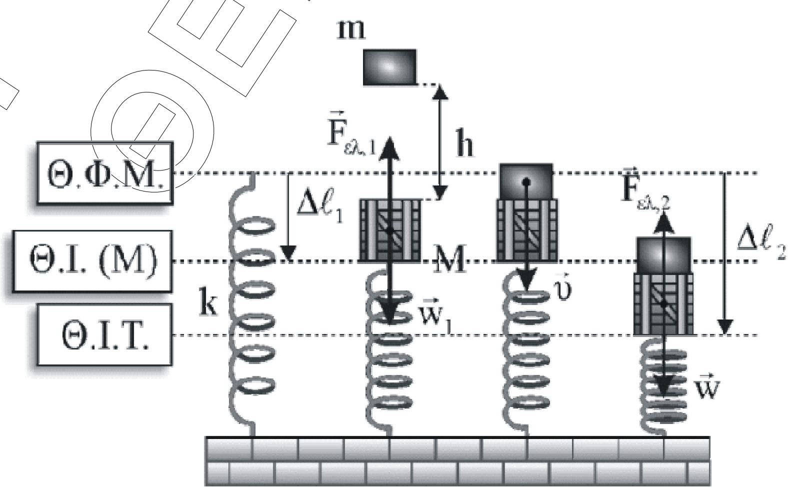
ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αρχικά σχεδιάζουμε το κατακόρυφο ελατήριο στη κατάσταση φυσικού του μήκους. Σχεδιάζουμε στη συνέχεια το σώμα μάζας Μ στη θέση ισορροπίας του και τις δυνάμεις που του ασκούνται δηλαδή τη βαρυτική δύναμη $\vec{w}_1$, και την δύναμη $\vec{F}_{ελ}$ του παραμορφωμένου κατά $\Delta\ell_1$ ελατηρίου.

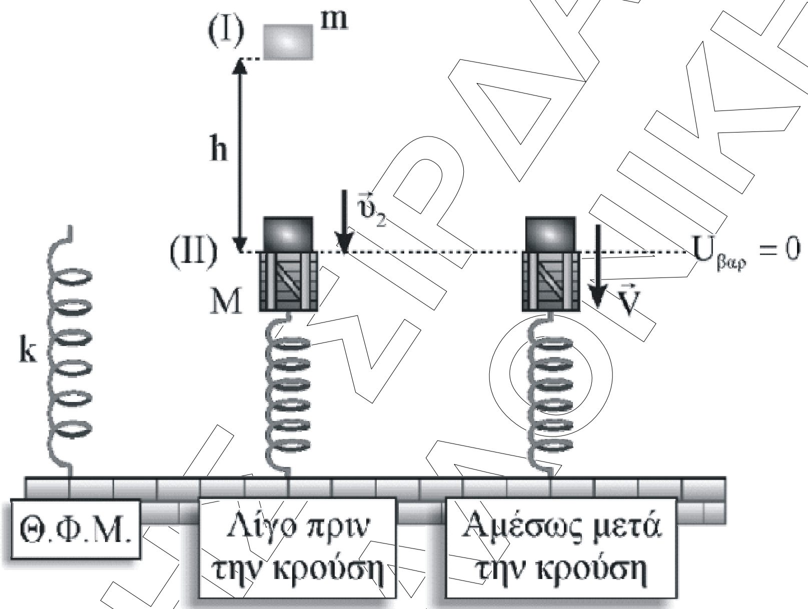
- Μελετώντας την ισορροπία του σώματος μάζας Μ εφαρμόζουμε την συνθήκη ισορροπίας για την συνισταμένη των δυνάμεων:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \text{ ή } F_{ελ,1} - w_1 = 0 \text{ ή } F_{ελ,1} = w_1 \text{ ή } k\Delta\ell_1 = Mg$$

$$\text{ή } \Delta\ell_1 = \frac{Mg}{k} = \frac{3 \cdot 10}{100} \text{ ή } \Delta\ell_1 = 0{,}3\text{m}$$



- Μελετάμε την κίνηση του σώματος μάζας m από τη θέση που αφέθηκε ελεύθερο μέχρι τη θέση που συγκρούεται με το ακίνητο σώμα μάζας M. Κατά την κίνηση του σώματος m από τη θέση (I) στη θέση (II), η μοναδική δύναμη, που δρα επάνω του (και παράγει έργο) είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{w}_2$, η οποία είναι συντηρητική. Έτσι μπορούμε να εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε από τη θέση (I) στη (II). Ορίζοντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής ενέργειας τη θέση (II), έχουμε:



$$E_{μηχ,I} = E_{μηχ,II} \text{ ή } K_I + U_I = K_{II} + U_{II} \text{ ή } mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή } h = \frac{\upsilon^2}{2g} \;(1)$$

- Μελετώντας την σύγκρουση των δύο σωμάτων εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Ορμής και έχουμε:

$$\vec{P}_{πριν} = \vec{P}_{μετά}$$

$$m\upsilon = (M+m)V \;(2)$$

- Το σύστημα των δύο σωμάτων στη συνέχεια ταλαντώνεται εκατέρωθεν της θέσης ισορροπίας στην οποία το ελατήριο είναι παραμορφωμένο κατά $\Delta\ell_2$

Μελετώντας την ισορροπία για το σύστημα των σωμάτων εφαρμόζουμε την συνθήκη ισορροπίας για την συνισταμένη των δυνάμεων:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \text{ ή } F_{ελ,2} - (w_1 + w_2) = 0 \text{ ή } F_{ελ,2} = w_1 + w_2 \text{ ή } k\Delta\ell_2 = (M+m)g$$

$$\text{ή } \Delta\ell_2 = \frac{(M+m)g}{k} = \frac{(3+1)10}{100} \text{ ή } \Delta\ell_2 = 0{,}4\text{m}$$

Η κοινή ταχύτητα των σωμάτων τη στιγμή t = 0 που αρχίζουν ταλάντωση είναι η V και η απομάκρυνσή τους x_1 από την θέση ισορροπίας ταλάντωσης (ΘΙΤ) είναι:

$$x_1 = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 = 0,4 - 0,3 \quad ή \quad x_1 = 0,1\text{m}$$

Εφαρμόζοντας την διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση για την θέση που αρχίζει η ταλάντωση και τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης θα προκύψει η κοινή ταχύτητα V των σωμάτων:

$$\frac{1}{2}(M+m)V^2 + \frac{1}{2}Dx_1^2 = \frac{1}{2}DA^2$$

$$(3+1)V^2 + 100\cdot 0,1^2 = 100\cdot 0,4^2$$

$$4V^2 + 1 = 16 \quad ή \quad V = \frac{\sqrt{15}}{2}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Από την σχέση (2) προκύπτει η ταχύτητα του σώματος m λίγο πριν συγκρουστεί με το σώμα Μ:

$$\upsilon = \frac{(M+m)V}{m} = \frac{(3+1)\frac{\sqrt{15}}{2}}{1} \quad ή \quad \upsilon = 2\sqrt{15}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Από την σχέση (1) προκύπτει η απόσταση h από την οποία αφέθηκε ελεύθερο το σώμα m.

$$h = \frac{\left(2\sqrt{15}\right)^2}{2\cdot 10} \quad ή \quad h = 3\text{ m}$$

Γ2. **α)** Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = -Dx_2 \xrightarrow{x_2 = \frac{A}{2}} \frac{dp}{dt} = -D\frac{A}{2} \quad ή \quad \frac{dp}{dt} = -100\frac{0,4}{2} \quad ή \quad \frac{dp}{dt} = -20\frac{\text{Kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2}$$

β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F\cdot dx}{dt} = \Sigma F\cdot\upsilon_2 = -D\,x\cdot\upsilon_2 \quad (3)$$

Εφαρμόζοντας την διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση για τη θέση $x_2 = +A/2$ και τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης θα προκύψει η ταχύτητα υ_2 των σωμάτων:

$$\frac{1}{2}(M+m)\,\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}D\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}DA^2$$

$$(3+1)\upsilon_2^2 + 100\cdot 0,2^2 = 100\cdot 0,4^2$$

$$4\upsilon_2^2 + 4 = 16 \quad \text{ή} \quad \upsilon_2 = \pm\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$

Επειδή η θετική κατεύθυνση είναι προς τα κάτω. Όταν το σύστημα περνάει από τη θέση $x_2 = +A/2$ για πρώτη φορά θα είναι: $\upsilon_2 = +\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$

Από τη σχέση (3) προκύπτει:

$$\frac{dK}{dt} = -D\,x_2 \cdot \upsilon_2 = -100\cdot 0{,}2\left(+\sqrt{3}\right) \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = -20\sqrt{3}\,\frac{J}{s}$$

Γ3. **α)** Το έργο της δύναμης του ελατηρίου μεταξύ δύο θέσεων υπολογίζεται επειδή είναι συντηρητική δύναμη ως εξής:

$$W_{F\varepsilon\lambda} = -\Delta U_{\varepsilon\lambda} = U_{\varepsilon\lambda\alpha\tau_{(\alpha\rho\chi)}} - U_{\varepsilon\lambda\alpha\tau_{(\tau\varepsilon\lambda)}} \quad (4)$$

Η επάνω ακραία θέση της ταλάντωσης συμπίπτει με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Συνεπώς η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου σε αυτή τη θέση είναι ίση με μηδέν. Η θέση όπου τα σώματα έρχονται σε επαφή είναι η θέση στην οποία το ελατήριο είναι παραμορφωμένο κατά $\Delta\ell_1$. Από τη σχέση (4) προκύπτει:

$$W_{F\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k\Delta\ell_1^2 \quad \text{ή} \quad W_{F\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}100\cdot 0{,}3^2 \quad \text{ή} \quad W_{F\varepsilon\lambda} = 4{,}5\ J$$

β) Το έργο της δύναμης επαναφοράς μεταξύ δύο θέσεων, υπολογίζεται επειδή είναι συντηρητική δύναμη, ως εξής: $W_{F\varepsilon\pi} = -\Delta U_{\tau\alpha\lambda}$ ή

$$W_{F\varepsilon\pi} = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad W_{F\varepsilon\pi} = \frac{1}{2}Dx_1^2 - \frac{1}{2}DA^2 \quad \text{ή} \quad W_{F\varepsilon\pi} = \frac{1}{2}100\cdot 0{,}1^2 - \frac{1}{2}100\cdot 0{,}4^2$$

$$W_{F\varepsilon\pi} = 0{,}5 - 8 \quad \text{ή} \quad W_{F\varepsilon\pi} = -7{,}5J$$

2ος τρόπος

Με εφαρμογή του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας μεταξύ της θέσης όπου τα σώματα έρχονται σε επαφή και της πάνω ακραίας θέσης έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F_{\varepsilon\pi}} \quad \text{ή} \quad W_{F_{\varepsilon\pi}} = 0 - \frac{1}{2}(M+m)\upsilon^2 \quad \text{ή} \quad W_{F_{\varepsilon\pi}} = -\frac{1}{2}(3+1)\sqrt{3}^2 \quad \text{ή} \quad W_{F_{\varepsilon\pi}} = -7{,}5J$$

Γ4. Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης των σωμάτων οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα μάζας m είναι η βαρυτική δύναμη w_2 και η δύναμη επαφής N από το σώμα μάζας M.

- Η κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης των σωμάτων είναι:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{M+m}} \xrightarrow{D=k} \omega = \sqrt{\frac{100}{3+1}} \quad ή \quad \omega = \sqrt{25} \quad ή \quad \omega = 5\frac{rad}{s}$$

- Καθώς το σώμα m ταλαντώνεται ισχύει:

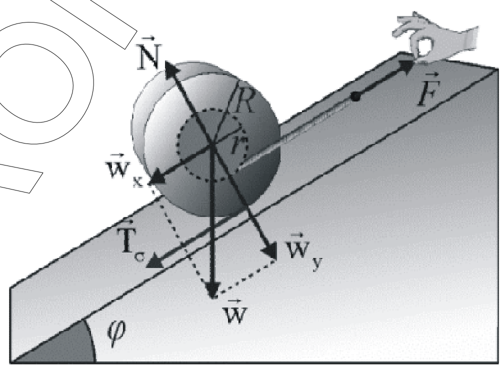
$$\Sigma F = -D_m x \quad ή \quad mg - N = -m\omega^2 x \quad ή \quad N = mg + m\omega^2 x$$

$$ή \quad N = 1\cdot 10 + 1\cdot 5^2 x \quad ή \quad N = 10 + 25\,x \xrightarrow{x=-A=-0,4} N = 10 + 25\,(-0,4) \quad ή \quad N = 0$$

Δηλαδή στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης η επαφή των δύο σωμάτων είναι οριακή.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στο σώμα ενεργούν το βάρος w, η στατική τριβή T_σ και η αντίδραση N του κεκλιμένου επιπέδου. Θεωρούμε άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος. Αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες όπως στο σχήμα και έχουμε:



$w_y = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ και $w_x = mg\eta\mu\varphi$ (1).

Από την συνθήκη ισορροπίας του σώματος προκύπτει ότι:

$\Sigma\tau = 0$ ή $T_\sigma \cdot R - F\cdot r = 0$ ή $F\cdot r = T_\sigma \cdot 2r$ ή $F = 2T_\sigma$ (2)

$\Sigma F_y = 0$ ή $N - w_y = 0$ ή $N = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (3)

$\Sigma F_x = 0$ ή $F - w_x - T = 0$ ή $2T - mg\eta\mu\varphi - T_\sigma = 0$ ή $T_\sigma = mg\eta\mu\varphi$ ή $T_\sigma = 20N$

Άρα λόγω της (2) **F= 40N.**

Δ2. Αυξάνοντας το μέτρο της δύναμης F κατά 30% θα γίνει:

$$F = \frac{130}{100}40N = 52N$$

Το σώμα θα αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει επιταχυνόμενο προς τα επάνω με μεταφορική επιτάχυνση α_{cm} και γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_\gamma = \frac{\alpha_{cm}}{R}$.

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την μεταφορική και την περιστροφική κίνηση θα έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_{cm} \text{ ή } F - mg\eta\mu\varphi - T_\sigma = m\alpha_{cm} \; (4)$$

$$\Sigma\tau = I\alpha \text{ ή } -Fr + T_\sigma R = \frac{1}{2}mR^2 \text{ ή}$$

$$T_\sigma R - F\frac{1}{2}R = \frac{1}{2}mR\alpha_{cm} \text{ ή } T_\sigma - \frac{1}{2}F = \frac{1}{2}m\alpha_{cm} \; (5)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (4) και (5) προκύπτει:

$$\frac{1}{2}F - mg\eta\mu\varphi = m\alpha_{cm} \text{ ή } 26 - 20 = 4\alpha_{cm} \text{ ή } \alpha_{cm} = 1 m/s^2$$

Και η στατική τριβή θα είναι : $T_\sigma = \frac{1}{2}F + \frac{1}{2}m\alpha_{cm}$ ή $T_\sigma = 28N$

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής θα είναι (Β΄ νόμος Newton)

$$\Sigma\tau = \frac{dL}{dt} \text{ ή } \frac{dL}{dt} = T_\sigma \cdot R - F \cdot r = 0{,}4 \; kg \cdot m^2/s^2$$

$$\frac{dL}{dt} = 0{,}4 \; kg \cdot m^2/s^2$$

Δ3. Αξιοποιώντας την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ αποκλειστικά για την μεταφορική κίνηση του σώματος και έχουμε:

$$\Delta K = W_{o\lambda} \text{ ή } \Delta K = \Sigma F \cdot \Delta x \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = m\alpha_{cm} \cdot \Delta x \text{ ή } \upsilon = \sqrt{2m\alpha_{cm} \cdot \Delta x} = \mathbf{2\,m/s}$$

Επειδή δεν υπάρχει ολίσθηση :

$$\Delta x = \Delta\theta \cdot R \text{ ή } \Delta x = \frac{\Delta s}{r} \cdot R \text{ ή}$$

$$\Delta x = 2 \cdot \Delta s \text{ ή } \Delta s = 1m$$

Άρα το νήμα θα τυλιχτεί κατά **1m**

Δ4. Από το ΘΜΚΕ για την στροφική κίνηση

$$dK_{στρ} = W_{στρ} \text{ ή } dK_{στρ} = Στ \cdot dθ \text{ ή}$$

$$\frac{dK_{στρ}}{dt} = \left(T_σ \cdot R - F \cdot r\right) \cdot \frac{dθ}{dt} \text{ ή}$$

$$\frac{dK_{στρ}}{dt} = \left(T_σ \cdot R - F \cdot r\right) \cdot ω \text{ ή}$$

$$\frac{dK_{στρ}}{dt} = \left(T_σ \cdot R - F \cdot r\right) \cdot \frac{υ}{R} \text{ ή}$$

$$\frac{dK_{στρ}}{dt} = 4\frac{J}{s}$$