

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

- A1:** Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελ. 150-151.  
**A2:** Ορισμός σχολικού βιβλίου σελ. 87.  
**A3:** Ορισμός σχολικού βιβλίου σελ. 14.  
**A4:** α – Σωστό, β – Λάθος, γ – Σωστό, δ – Σωστό, ε – Λάθος

**B1:**

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1, x \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	0	+	
f(x)		↗	T.M.	↘	T.E.	↗	

Για  $x \in (-\infty, 2]$  και  $[3, +\infty)$  η f ↗

Για  $x \in [2, 3]$  η f ↘

**Ακρότατα:**

Για  $x = 2$  η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο

$$f(2) = \frac{2^3}{3} - \frac{5}{2} \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 - 1 = \frac{8}{3} - 10 + 12 - 1 = \frac{8}{3} + 1 = \frac{11}{3}, f(2) = \frac{11}{3}$$

Για  $x = 3$  η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο

$$f(3) = \frac{3^3}{3} - \frac{5}{2} \cdot 3^2 + 6 \cdot 3 - 1 = 9 - \frac{45}{2} + 18 - 1 = \frac{-45}{2} + \frac{26}{1} = -\frac{45}{2} + \frac{52}{2} = +\frac{7}{2}$$

$$f(3) = \frac{7}{2}$$

**B2:**  $\lambda = f'(0) = 6 \Rightarrow \lambda = 6$

$$f(0) = -1 \text{ άρα } A(0, -1)$$

$$\epsilon: y = \lambda x + \beta \Rightarrow -1 = 6 \cdot 0 + \beta \Rightarrow \beta = -1$$

$$\text{άρα η ευθεία είναι } \epsilon: y = 6x - 1$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B3:} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x) - 12}{x + 1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 5x + 6 - 12}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 5x - 6}{x + 1} \stackrel{\frac{0}{0}}{\text{A.M.}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x - 6) \cdot (x + 1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x - 6) = -1 - 6 = -7 \end{aligned}$$

1	-5	-6	p=-1
	-1	6	
1	-6	0	

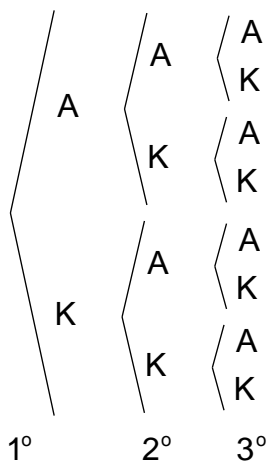
ή

$$\Delta = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{2} \begin{cases} 6 \\ -1 \end{cases}$$

**ΘΕΜΑ Γ**

Γ1: Δεντροδιάγραμμα

Άρα ο δειγματικός χώρος  $\Omega$ 

$$\Omega = \{AAA, AAK, AKK, KAA, KAK, KKA, KKK\}$$

$$\begin{aligned} \Gamma 2: \quad A &= \{KAA, KAK, KKA, KKK\} \\ B &= \{AKK, KAK, KKA, KKK\} \\ \Gamma &= \{AAA, AAK, KKA, KKK\} \end{aligned}$$

$$\Gamma 3: \quad \alpha) \Delta = A \cap B = \{KAK, KKA, KKK\}$$

$$\text{Άρα } P(\Delta) = \frac{N(\Delta)}{N(\Omega)} = \frac{3}{8}$$

$$E = A \cup B = \{KAA, AKK, KAK, KKA, KKK\}$$

$$P(E) = \frac{N(E)}{N(\Omega)} = \frac{5}{8}$$

$$Z = \Gamma - E = \{AAA, AAK\}$$

$$P(Z) = \frac{N(Z)}{N(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\beta) H = (A \cup B)^c$$

$$\text{Άρα } P(H) = P[(A \cup B)^c] = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(E) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\Theta = (A - B) \cup (B - A)$$

$$\begin{aligned} P(\Theta) &= P(A - B) + P(B - A) \\ &= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{4}{8} - \frac{3}{8} + \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

**ΘΕΜΑ Δ**

$$\Delta 1: \quad \frac{8 + c + 8 + 2c}{2} = 14 \Rightarrow 16 + 3c = 28 \Rightarrow 3c = 12 \Rightarrow c = 4$$

$$\Delta 2: \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} \Rightarrow 14 = \frac{10 \cdot 20 + 14 \cdot 15 + 18 \cdot 10 + 22 \cdot v_4}{20 + 15 + 10 + v_4} \Rightarrow$$

$$14(45 + v_4) = 200 + 210 + 180 + 22v_4 \Rightarrow$$

$$630 + 14v_4 = 590 + 22v_4 \Rightarrow 40 = 8v_4 \Rightarrow v_4 = 5. \text{ Ο πίνακας είναι στο } \Delta 4.$$

$$\Delta 3: \frac{3}{4}v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = \frac{3}{4}20 + 15 + 10 + 5 = 45 \text{ υπολογιστές}$$

ή

$$v - \frac{1}{4}v_1 = 50 - \frac{1}{4}20 = 50 - 5 = 45 \text{ υπολογιστές}$$

**Δ4:** Ο πίνακας

Χρόνος	$x_i$	$v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
[8,12)	10	20	-4	16	320
[12,16)	14	15	0	0	0
[16,20)	18	10	4	16	160
[20,24)	22	$V_4=5$	8	64	320
ΣΥΝΟΛΟ		50			800

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \frac{800}{50} = 16$$

άρα η τυπική απόκλιση  $s = \sqrt{16} \Rightarrow s = 4$

$$CV_x = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7} \cong 0,28 > 0,10 \text{ άρα δεν είναι ομοιογενές}$$

$$\text{ή } \frac{2}{7} > \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{20}{70} > \frac{7}{70}$$

**Δ5:** Έστω  $y_i$  με  $i = 1 \dots 50$  οι νέοι χρόνοι  $y_i = 0,8x_i$ . Σύμφωνα με εφαρμογή σχολικού βιβλίου:

$$\bar{y} = 0,8 \cdot \bar{x} \Rightarrow \bar{y} = 0,8 \cdot 1,4$$

$$S_y = 0,8 \cdot S_x \Rightarrow S_y = 0,8 \cdot 4$$

$$\text{Άρα } CV_y = \frac{S_y}{|\bar{y}|} = \frac{0,8 \cdot 4}{0,8 \cdot 14} = \frac{4}{14} = CV_x > \frac{1}{10}$$

Το δείγμα παραμένει ανομοιογενές!