ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A_1: Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελ. 28.

A_2: Ορισμός σχολικού βιβλίου σελ. 87.

A_3: α – Σωστό
β – Λάθος
γ – Σωστό
δ – Σωστό
ε – Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B_1:

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$x_i \cdot v_i$
0	5	5	25	0
1	4	9	20	4
2	2	11	10	4
3	4	15	20	12
4	5	20	25	20
Συν.	20	–	100	40

$v_5 = v_1 = 5$

$v_2 = 9 - 5 = 4$

$v_3 = f_3 \cdot v = 0{,}1 \cdot 20 = 2$

$v_4 = v - v_1 - v_2 - v_3 - v_5$

$v_4 = 20 - 5 - 4 - 2 - 5$

$v_4 = 4$

B_2: $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} x_i v_i}{v} = \dfrac{40}{20} = 2.$

B_3: Ο αριθμός των υπαλλήλων που έχουν το πολύ 3 πιστωτικές κάρτες είναι $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 5 + 4 + 2 + 4 = 15$ άρα 15 υπάλληλοι.

B_4: Το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες είναι $f_3\% + f_4\% + f_5\% = 10 + 20 + 25 = 55\%$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1: $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1} + \dfrac{1}{2}$, $x \in \mathbb{R}$

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{2}\right)' = \frac{(x)'(x^2+1) - x\cdot(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} + 0 = \frac{x^2+1-x\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Γ2: Ο ρυθμός μεταβολής για $x_1 = -1$ κ' $x_2 = 1$ είναι

$$f'(-1) = \frac{1-(-1)^2}{((-1)^2+1)^2} = \frac{0}{4} = 0$$

$$f'(1) = \frac{1-1^2}{(1^2+1)^2} = \frac{0}{4} = 0$$

Γ3: $f'(x) = 0 \Rightarrow \dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = 0 \Rightarrow 1 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

Το πρόσημο της $f'(x)$ έχει ως εξής

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Μονοτονία της f.

Για $x \in (-\infty, -1]$ η f $\searrow$

Για $x \in [-1, 1]$ η f $\nearrow$

Για $x \in [1, +\infty)$ η f $\searrow$

Ακρότατα:

Για $x = -1$ η f έχει τοπικό ελάχιστο $f(-1) = \dfrac{-1}{2} + \dfrac{1}{2} = 0$

Για $x = 1$ η f έχει τοπικό μέγιστο $f(1) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} = 1.$

Γ_4: $2015, 2016 \in [1, +\infty)$ η f είναι $\searrow$ άρα θα έχω:

$2015 < 2016 \xRightarrow{f \searrow} f(2015) > f(2016)$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ_1: $f(x) = x^2 + \alpha x - 3$, $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\alpha = \lim_{x \to 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4} \underset{\text{Α.Μ.}}{\overset{\frac{0}{0}}{=}} \lim_{x \to 4} \frac{(x-4)(x-2)}{x-4} = 4 - 2 = 2$$

άρα $\boxed{\alpha = 2}$

Horner

1	−6	8	4
	4	−8	
1	−2	0	

Δ_2: Για $\alpha = 2$ $\quad f(x) = x^2 + 2x - 3$, $x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = 2x + 2$, $x \in \mathbb{R}$

Δ_3: Εξίσωση εφαπτομένης στο $M(-2, f(-2))$.

$\lambda = f'(-2) = 2 \cdot (-2) + 2 = -4 + 2 = -2$ άρα $\boxed{\lambda = -2}$

$f(-2) = (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 3 = 4 - 4 - 3 = -3$ $\quad M(-2, -3)$

$\varepsilon: y = \lambda x + \beta \Rightarrow -3 = -2 \cdot (-2) + \beta \Rightarrow \beta = -7$

άρα $\varepsilon: y = -2x - 7$.

Δ_4: $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$, $A_3(x_3, y_3)$, $A_4(x_4, y_4)$, $A_5(x_5, y_5)$

ανήκουν στην ευθεία $\varepsilon: y = -2x - 7$.

$\bar{x} = 2$ άρα σύμφωνα με εφαρμογή $\bar{y} = -2\bar{x} - 7 \Rightarrow$

$\bar{y} = -2 \cdot 2 - 7 \Rightarrow \bar{y} = -11$