ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015
Β΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.Γλ2Γ(α)

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 8 Απριλίου 2015
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

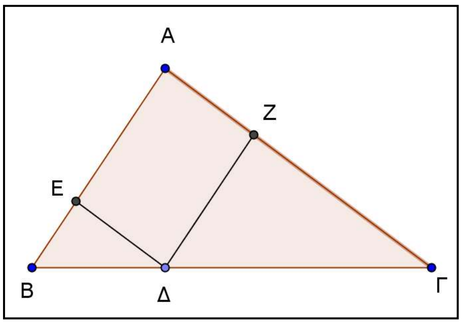
Α1. Σχ. βιβλίο 9.2 θεώρημα IV.
Α2. Λ, Σ, Λ, Σ, Σ.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Αφού ΔΕ//ΑΓ θα είναι $\overset{\Delta}{\Delta E B} \approx \overset{\Delta}{B A \Gamma}$ οπότε $\frac{\Delta E}{A\Gamma} = \frac{B\Delta}{B\Gamma}$.

Β2. Αφού ΔΖ//ΑΒ θα είναι $\overset{\Delta}{\Gamma Z \Delta} \approx \overset{\Delta}{\Gamma A B}$,
οπότε $\frac{\Delta Z}{AB} = \frac{\Gamma\Delta}{B\Gamma} \Leftrightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{\Gamma\Delta}{B\Gamma}$

Β3. Αν $\frac{B\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{B\Delta}{B\Delta + \Delta\Gamma} = \frac{2}{3+2} \Leftrightarrow \frac{B\Delta}{B\Gamma} = \frac{2}{5}$



οπότε $\frac{(BE\Delta)}{(BA\Gamma)} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

Όμοια $\frac{\Gamma\Delta}{\Gamma B} = \frac{3}{5}$ οπότε $\frac{(\Gamma\Delta Z)}{(\Gamma BA)} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$.

Άρα $(AZ\Delta E) = (AB\Gamma) - (BE\Delta) - (\Gamma Z\Delta) =$
$= (AB\Gamma) - \frac{4}{25}(AB\Gamma) - \frac{9}{25}(AB\Gamma) = \frac{12}{25}(AB\Gamma)$

δηλ. $\frac{(AZ\Delta E)}{(AB\Gamma)} = \frac{12}{25}$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι $(\text{ΑΒΓ})=\frac{1}{2}\text{ΒΑ}\cdot\text{ΒΓ}\eta\mu\text{Β}\Leftrightarrow\frac{21\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 7\eta\mu\text{Β}\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \eta\mu\text{Β}=\frac{21\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{2}{21}=\frac{\sqrt{3}}{2}=\eta\mu 60^o \quad \text{δηλ.} \quad \text{Β}=60^o.$$

Τότε από το νόμο των συνημιτόνων για τη πλευρά ΑΓ έχουμε:

$$\text{ΑΓ}^2=\text{ΑΒ}^2+\text{ΒΓ}^2-2\text{ΑΒ}\cdot\text{ΒΓ}\cdot\sigma\upsilon\nu 60^o=$$

$$=9+49-2\cdot 3\cdot 7\cdot\frac{1}{2}=37\Rightarrow \text{ΑΓ}=\sqrt{37}.$$

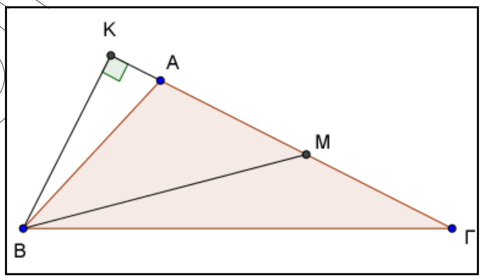
Είναι $\text{ΒΓ}^2=7^2=49$ και $\text{ΑΒ}^2+\text{ΑΓ}^2=9+37=46$

δηλ $\text{ΒΓ}^2>\text{ΑΒ}^2+\text{ΑΓ}^2\Leftrightarrow\hat{\text{Α}}>90^o$

δηλ. το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο.

Γ2. $\text{ΒΜ}^2=\mu_\beta^2=\frac{2\alpha^2+2\gamma^2-\beta^2}{4}=\frac{2\cdot 49+2\cdot 9-37}{4}=$

$$=\frac{98+18-37}{4}=\frac{79}{4}\Leftrightarrow \text{ΒΜ}=\frac{\sqrt{79}}{2}$$



και από 2^o θεώρημα διαμέσων στο $\overset{\Delta}{\text{ΑΒΓ}}$ θα έχουμε:

$$|\alpha^2-\gamma^2|=2\cdot\beta\cdot\text{ΜΚ}\Leftrightarrow|49-9|=2\cdot\sqrt{37}\text{ΜΚ}$$

$$\Leftrightarrow \text{ΜΚ}=\frac{20}{\sqrt{37}}=\frac{20\sqrt{37}}{37}$$

Γ3. Από Γενικευμένο Πυθ.θεώρημα για αμβλεία γωνία αφού $\text{Α}>90^o$ για την πλευρά ΒΓ έχουμε

$$\text{ΒΓ}^2=\text{ΑΒ}^2+\text{ΑΓ}^2+2\text{ΑΓ}\cdot\text{ΑΚ}\Leftrightarrow$$

$$49=9+37+2\cdot\sqrt{37}\cdot\text{ΑΚ}\Leftrightarrow \text{ΑΚ}=\frac{49-9-37}{2\sqrt{37}}=\frac{3\sqrt{37}}{2\cdot 37}=\frac{3\sqrt{37}}{74}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι $\text{ΑΟ}=\text{ΟΜ}=\text{ΑΜ}=\text{R}$ δηλ. $\overset{\Delta}{\text{ΑΟΜ}}$ ισόπλευρο πλευράς R οπότε έχει περίμετρο 3R και $(\text{ΑΟΜ})=\frac{\text{R}^2\sqrt{3}}{4}$.

Δ2. Οι χορδές ΑΜ, ΑΝ είναι πλευρές του κανονικού εξαγώνου που είναι εγγεγραμμένο στο κύκλο (Ο,R).

Άρα $\widehat{MAN} = 2\cdot 60^o = 120^o$ ή $\widehat{MAN} = \varphi_6 = 180^o - \dfrac{360^o}{6} = 120^o$.

δηλ. $(\mathrm{AMON}) = \dfrac{120}{360}\pi R^2 = \dfrac{\pi R^2}{3}$ και

$$\text{περίμετρος}_{\mathrm{AMON}} = \mathrm{AM} + \mathrm{AN} + l_{\widehat{\mathrm{MON}}} = R + R + \frac{120}{180}\pi\cdot R = 2R + \frac{2\pi R}{3}.$$

Δ3. $$\mathrm{E}_{\mathrm{M\Delta KOABN}} = \mathrm{E}_{\text{κύκλου}} - 2(\widehat{\mathrm{AMON}}) - 4(\tau) =$$

$$= \pi R^2 - 2\cdot\frac{\pi R^2}{3} - 4\left[(\widehat{\mathrm{OMA}}) - (\mathrm{OMA})\right] = \frac{\pi R^2}{3} - 4\left(\frac{60}{360}\pi R^2 - \frac{R^2\sqrt{3}}{4}\right) =$$

$$\frac{\pi R^2}{3} - \frac{2\pi R^2}{3} + R^2\sqrt{3} = R^2\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right).$$

Δ4. $\mathrm{AM} = \lambda_6 = R$, $\mathrm{AK} = \lambda_3 = R\sqrt{3}$, $\mathrm{MK} = \lambda_6 = R$

Οπότε (ΑΜΔΚ) = E_κ τμήματος ΑΚΔΜ - E_κ τμήματος ΑΖΜ =

$$(\widehat{\mathrm{OAK}}) - (\mathrm{OAK}) - (\widehat{\mathrm{OMA}}) + (\mathrm{OMA}) =$$

$$= \frac{120}{360}\pi R^2 - \frac{1}{2}\lambda_3\cdot\alpha_3 - \frac{60}{360}\pi R^2 + \frac{R^2\sqrt{3}}{4} =$$

$$\frac{\pi R^2}{3} - \frac{1}{2}\frac{R}{2}R\sqrt{3} - \frac{\pi R^2}{6} + \frac{R^2\sqrt{3}}{4} =$$

$$\frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2\sqrt{3}}{4} + \frac{R^3\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi R^2}{6} = (\widehat{\mathrm{OMA}}).$$