

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ Γ΄ ΕΠΑΛ 21/05/15

ΘΕΜΑ Α

A1. Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 212.

A2. α - Λάθος

β - Σωστό

γ - Λάθος

δ - Λάθος

ε - Σωστό

A3. α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = [\ln x]_{\alpha}^{\beta} = \ln \beta - \ln \alpha.$

β) $(c)' = 0.$

γ) $\bar{x} = \frac{x_1 \cdot v_1 + x_2 \cdot v_2 + \dots + x_k \cdot v_k}{v_1 + v_2 + \dots + v_k} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot v_i}{v}$

ΘΕΜΑ Β

B1.

Χρόνος	K_i	v_i	N_i	$K_i \cdot v_i$	$\bar{x} - K_i$	$(\bar{x} - K_i)^2$	$(\bar{x} - K_i)^2 \cdot v_i$
[5,15)	10	20	20	200	10	100	2000
[15,25)	20	14	34	280	0	0	0
[25,35)	30	12	46	360	10	100	1200
[35,45)	40	4	50	160	20	400	1600
Σύνολο		50		1000			4800

B2. Μέση τιμή $\bar{x} = \frac{x_1 \cdot v_1 + x_2 \cdot v_2 + \dots + x_k \cdot v_k}{v_1 + v_2 + \dots + v_k} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot v_i}{v} = \frac{1000}{50} = 20$

B3. Διακύμανση $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (\bar{x} - K_i)^2 \cdot v_i}{v} = \frac{4800}{50} = 96.$

Τυπική απόκλιση $s = \sqrt{96} \approx 10.$

B4. Συντελεστής μεταβλητότητας $CV = \frac{s}{\bar{x}} 100\% = \frac{10}{20} 100\% = 50\%$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (4x + 4e^{x-2}) = 8 + 4 = 12$

Γ2. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{\lambda(x-2)} = \frac{12}{\lambda}$.

Γ3. $f(2) = 12$

Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 2$ πρέπει

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \frac{12}{\lambda} = 12 \Leftrightarrow \lambda = 1.$$

Γ4. Διαλέγω τον κάτω τύπο της $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda}, & x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, & x \leq 2 \end{cases}$

Επειδή το ολοκλήρωμα είναι από το 1 έως το 2.

$$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (4x + 4e^{x-2}) dx = [2x^2 + 4e^{x-2}]_1^2 = 12 - 2 - 4e^{-1} = 10 - \frac{4}{e}.$$

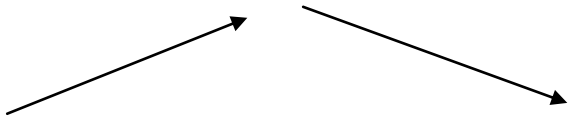
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ρυθμός μεταβολής είναι η πρώτη παράγωγος.

$$B'(t) = -t^2 + 4t + 12, 0 \leq t \leq 10.$$

Δ2. $B'(t) = 0 \Leftrightarrow -t^2 + 4t + 12 = 0.$

$$\Delta = 16 + 48 = 64. \quad t_{1,2} = \frac{-4 \pm 8}{-2} = \begin{cases} t_1 = -2 \\ t_2 = 6 \end{cases}$$

t	0	6	10
B'	+		-
B			

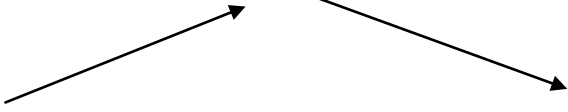
Για $t = 6$ έτη το Βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο.

Δ3. Για $t \in [6,9]$ η $B(t)$ είναι γνησίως φθίνουσα.

Άρα $t \in [6-9] \Leftrightarrow 6 \leq t \leq 9 \Leftrightarrow B(6) \geq B(t) \geq B(9) \Leftrightarrow B(9) \leq B(t) \leq B(6).$

$$\Delta 4. B''(t) = -2t + 4.$$

$$B''(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

t	0	2	10
B''	+		-
B'			

Για $t = 2$ έτη ο ρυθμός μεταβολής του παγόβουνου γίνεται μέγιστος.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ