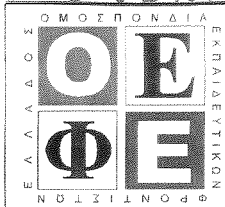


ΟΝΟΜΑ:



ΟΜΟΣΠΟΝΔΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ (Ο.Ε.Φ.Ε.) – ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2014

Ε\_3.ΜΛ2ΘΤ(ε)

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Ημερομηνία: Κυριακή 4 Μαΐου 2014

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

A.1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης ε του κύκλου  $c: x^2 + y^2 = \rho^2$  σε ένα σημείο του  $A(x_1, y_1)$  είναι  $\varepsilon: xx_1 + yy_1 = \rho^2$ .

Μονάδες 10

A.2. Να γράψετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .

Μονάδες 5

A.3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):

- Το εμβαδόν τριγώνου  $AB\Gamma$  με  $A, B, \Gamma$  τρία σημεία του καρτεσιανού επιπέδου, δίνεται από τον τύπο:  $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} \overline{AB} & \overline{A\Gamma} \end{pmatrix} \right|$ .
- Αν για τις ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης τότε  $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ .
- Ένα παράλληλο διάνυσμα προς την ευθεία  $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$  είναι το διάνυσμα  $\vec{d} = (-B, A)$ .
- Στην παραβολή  $y^2 = 2px$  ο αριθμός  $p$  εκφράζει την απόσταση της εστίας  $E$  από τη διευθετούσα  $\delta$ .
- Οι ασυμπτωτές της υπερβολής  $c: \frac{y^2}{\alpha^2} - \frac{x^2}{\beta^2} = 1$  έχουν εξίσωση  $x = \pm \frac{\beta}{\alpha} y$ .

Μονάδες 5x2



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ  
ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΥΠΕΡΟΧΗΣ  
ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$ ,  $\vec{\gamma}$  για τα οποία ισχύει  $|\vec{\alpha}| = 2|\vec{\beta}| = 4$ ,  $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \kappa\vec{\beta}$  με  $\kappa \in \mathbb{R}$  και  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ .

B.1. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .

Μονάδες 5

B.2. Να υπολογίσετε το  $\kappa \in \mathbb{R}$  ώστε  $\vec{\alpha} \perp \vec{\gamma}$ .

Μονάδες 7

B.3. Για  $\kappa = -4$

i. Να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων  $\vec{\beta}$  και  $\vec{\gamma}$ .

Μονάδες 7

ii. Να αποδείξετε ότι  $\text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{\gamma} = -3\vec{\beta}$ .

Μονάδες 6

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται οι εξισώσεις

$$x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0 \quad (1)$$

$$(2\lambda^2 - 3\lambda + 1)x + (\lambda^2 + 1)y - 3\lambda^2 + 6\lambda - 1 = 0 \quad (2) \text{ και } \lambda \in \mathbb{R}$$

Γ.1. Να δείξετε ότι η (1) παριστάνει δύο ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  κάθετες και να βρεθεί το σημείο τομής τους E.

Μονάδες 6

Γ.2. Να δείξετε ότι η (2) παριστάνει ευθεία για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  και ότι όλες οι ευθείες της οικογένειας αυτής διέρχονται από το ίδιο σημείο Z.

Μονάδες 7

Γ.3. Αν E(1,0) το σημείο τομής των  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  και Z(2,-1) το σταθερό σημείο του ερωτήματος Γ.2. τότε

i. να βρείτε την εξίσωση και τη διευθετούσα της παραβολής c, η οποία έχει εστία E, κορυφή O(0,0) και άξονα συμμετρίας τον  $x'x$ ,

Μονάδες 6

ii. να βρείτε την εξίσωση της χορδής της παραβολής c που έχει μέσο το σημείο Z.

Μονάδες 6

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνονται τα σημεία  $N(6\mu - 2, 6\lambda)$  με  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$  και ισχύει ότι  $\mu^2 + \lambda^2 \neq 1$ .

- Δ.1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $N$  βρίσκονται στον κύκλο  $c: (x + 2)^2 + y^2 = 36$ .

Μονάδες 7

- Δ.2. Να βρείτε τις εφαπτόμενες του παραπάνω κύκλου  $c$  που διέρχονται από το σημείο  $\Delta(4, 8)$ .

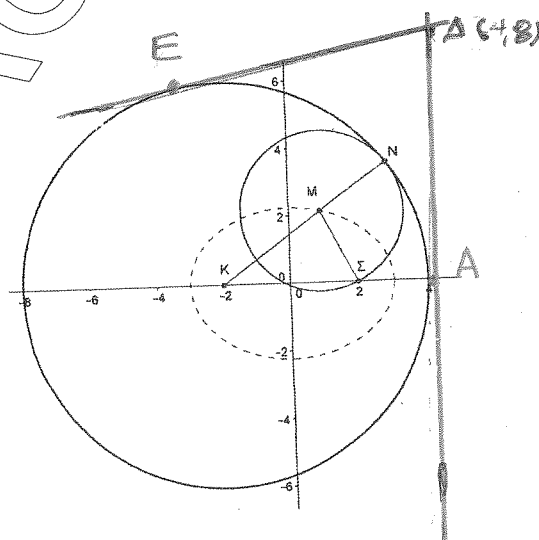
Μονάδες 8

- Δ.3. Αν τα σημεία  $A(4, 0)$  και  $E$  είναι τα σημεία επαφής των παραπάνω εφαπτόμενων με τον κύκλο  $c$ , να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου  $\Delta E K A$ , όπου  $K$  το κέντρο του κύκλου  $c$ .

Μονάδες 5

- Δ.4. *Ν.Α.Ο* ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων  $M$  των κύκλων, που εφάπτονται εσωτερικά του κύκλου  $c$  και διέρχονται από το σημείο  $\Sigma(2, 0)$  είναι η

εξίσωση  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$



Μονάδες 5

*Καλή Επιτυχία*