<u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ</u>

<u>ΘΕΜΑ Α</u>

Α1. Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελ.30

Α2. Ορισμός σχολικού βιβλίου σελ.13

Α3. α) Σωστό β) Λάθος γ) Λάθος δ) Λάθος ε) Σωστό

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

Β1. Το πλήθος των πωλητών είναι το άθροισμα των συχνοτήτων κάθε κλάσης, δηλαδή :

$$v = v_1 + v_2 + v_3 + v_3 = 12 + 8 + 14 + 6 \Leftrightarrow v = 40$$

Β2.

ΚΛΑΣΕΙΣ	**ΚΕΝΤΡΙΚ.ΤΙΜΕΣ** Xi	**ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ** Vi	**ΣΧΕΤ.ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ** fi
[2, 4)	3	12	0,3
[4, 6)	5	8	0,2
[6,8)	7	14	0,35
[8, 10)	9	6	0,15
σύνολο	-	40	1

Σχετικές συχνότητες: $f_i = \frac{v_i}{v}$ όπου i=1, 2, 3, 4

$$f_1 = \frac{v_i}{v} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$f_2 = \frac{v_2}{v} = \frac{8}{40} = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$f_3 = \frac{v_3}{v} = \frac{14}{40} = \frac{3,5}{10} = 0.35$$

$$f_4 = \frac{v_4}{v} = \frac{6}{40} = \frac{1,5}{10} = 0,15$$

Β3.

α) Εχουμε:

$$\overline{x}=\frac{\sum_{i=1}^{4}x_i\cdot v_i}{v}=\sum_{i=1}^{4}x_i f_i=3\cdot 0,3+5\cdot 0,2+7\cdot 0,35+9\cdot 0,15$$

$$\Leftrightarrow \overline{x}=0,9+1+2,45+1,35\Leftrightarrow \overline{x}=5,7\quad \text{χιλ. €}$$

β) το πλήθος των πωλητών που έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλιάδων ευρώ είναι σίγουρα οι πωλητές των δύο τελευταίων κλάσεων και από την δεύτερη θέλουμε:

$$\frac{1,5}{\cancel{2}}\cdot \cancel{8}^{4}=1,5\cdot 4=6\ \text{πωλητές,}$$

άρα σύνολο 6+14+6=26 πωλητές έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλιάδων ευρώ.

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Έχουμε $f'(x)=12x^2-7x+1$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 12x^2-7x+1=0\Leftrightarrow x_1=\frac{1}{4}\ \text{ και }\ x_2=\frac{1}{3}\qquad (x_1<x_2)$$

$$\text{άρα}\quad P(K)=\frac{1}{4}\ \text{ και } P(A)=\frac{1}{3}$$

$$P(\Pi)+P(K)+P(A)=1\Leftrightarrow P(\Pi)=1-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=\frac{12}{12}-\frac{3}{12}-\frac{4}{12}\Leftrightarrow P(\Pi)=\frac{5}{12}$$

Γ2. $\Gamma=\{\text{η μπάλα να είναι Κ ή Α}\}$

$$P(\Gamma)=P(A\cup K)=P(A)+P(K)=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\Leftrightarrow P(\Gamma)=\frac{7}{12}$$

$\Delta=\{\text{η μπάλα ούτε κόκκινη ούτε άσπρη}\}$

$$P(\Delta)=P(\Pi)\Leftrightarrow P(\Delta)=\frac{5}{12}$$

$E=\{\text{μπάλα Α ή όχι Π}\}$

$$P(E)=P\left(A\cup\Pi'\right)=P\left(A\right)+P(\Pi')-P(A\cap\Pi')=\frac{1}{3}+\frac{7}{12}-P(A-\Pi)$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{7}{12}-P(A)=\frac{7}{12}$$

Γ3. $N_A = N_\Pi - 4$

$$P(A) = \frac{N_A}{N_\Omega} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{N_A}{N_\Omega} \Leftrightarrow N_A = \frac{N_\Omega}{3}$$

$$P(\Pi) = \frac{N_\Pi}{N_\Omega} \Leftrightarrow \frac{5}{12} = \frac{N_\Pi}{N_\Omega} \Leftrightarrow N_\Pi = \frac{5N_\Omega}{12} \Leftrightarrow \frac{N_\Omega}{3} = \frac{5N_\Omega}{12} - 4 \Leftrightarrow 4N_\Omega = 5N_\Omega - 48 \Leftrightarrow N_\Omega = 48$$

Άρα όλες οι μπάλες είναι 48.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Οι διαστάσεις της βάσεις είναι x και $10-x$, $x \in (0,10)$

Το E(x) είναι το άθροισμα των εμβαδών των εδρών του κουτιού.

$$E(x) = x\cdot(10-x) + 2\cdot x\cdot 5 + 2\cdot(10-x)\cdot 5$$

$$= -x^2 + 10x + 100,\ x \in (0,10)$$

Δ2. Είναι $E'(x) = -2x + 10$. Το πρόσημο και η ρίζα του $E'(x)$ με την μονοτονία και το μέγιστο $E'(x)$ φαίνεται στον πίνακα.

x	0	5	10
E ’(x)	+	0	–
E (x)	↗	125	↘

Η $E'(x)$ γίνεται μέγιστη για $x = 5$

Δ2. α) $2s^2 - 5s + 2 = 0 \Rightarrow s = 2$ ή $s = \frac{1}{2}$

- $s = 2$ τότε $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{8} = 0,25 = 25\% > 10\%$
- $s = \frac{1}{2}$ τότε $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\frac{1}{2}}{8} = \frac{1}{16}$

Το δείγμα εδώ είναι ομοιογενές, οπότε $s = 2$, μέσω της $CV > 10\%$

β) $\overline{x}_2$ η μέση τιμή των x^2. Είναι $\overline{x}_1 = \dfrac{\sum t_1^{\,2}}{v}$

Επειδή

$$S^2 = \frac{1}{v}\left\{\frac{\sum t_i^{\,2}}{v} - \frac{\left(\sum t_1\right)^2}{v}\right\} \Rightarrow S^2 = \frac{\sum t_i^{\,2}}{v} - \left(\frac{\sum t_i}{v}\right)^2 \Rightarrow$$

$$S^2 = \overline{x}_2 - \overline{x}^2 \Leftrightarrow 4 = -\overline{x}_2 - 64 \Leftrightarrow \overline{x}_2 = 68$$

Δ3. Είναι

$$5 < x_1 < x_2 < x_3 ..... < x_{15} \overset{f}{\underset{x\in[5,10)}{\Rightarrow}}$$

$$f(5) > f(x_2) > f(x_3) > ..... > f(9)$$

$$R = f(5) - f(9) = 125 - 109 = 16$$

$$y_1 = f(x_1) = f(5) = 125$$

$$y_2 = f(x_2) = f(9) = 109$$

$$y_i > -4x_i + 145 \Leftrightarrow -x_i^2 + 10x_i + 100 > -4x_i + 145$$

$$\Leftrightarrow -x_i^2 + 14x_i - 45 > 0$$

$$5 < x_i < 9$$

Άρα ευνοϊκά απλά ενδεχόμενα για τα x_i με $i = 2, 3…, 14$

Άρα $N(B) = 13$

Οπότε σύμφωνα με τον κλασσικό ορισμό πιθανότητας έχουμε

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{13}{15}$$