ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** β **Α3.** γ **Α4.** β

Α5. α) Σωστό β) Σωστό γ) Λάθος δ) Λάθος ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η απάντηση iii

Αιτιολόγηση

Ισχύει ότι $d = A_1$ (πλάτος της Α.Α.Τ.)

Ισχύει : $\frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 \Rightarrow u_1 = A_1\sqrt{\frac{k}{m}}$ (μέγιστη ταχύτητα)

Α.Δ.Ο. : $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow mu_1 = 2mu_2 \Rightarrow u_2 = \frac{u_1}{2} \Rightarrow u_2 = \frac{1}{2}A_1\sqrt{\frac{k}{m}}$ (μέγιστη ταχύτητα συσσωματώματος)

Ισχύει : $\frac{1}{2}2mu_2^2 = \frac{1}{2}2kA_2^2 \Rightarrow 2m\frac{1}{4}A_1^2\frac{k}{m} = 2kA_2^2 \Rightarrow A_2 = \frac{A_1}{2}$

B2. Σωστή η απάντηση ii

Αιτιολόγηση

Το πλήθος των ταλαντώσεων είναι :

$$N = \frac{T_{διακρ}}{T_{ταλ}} \Leftrightarrow 200 = \frac{2}{T_{ταλ}} \Leftrightarrow T_{ταλ} = \frac{1}{100} s$$

και $\begin{cases} T_{ταλ} = \dfrac{2}{f_1 + f_2} \\ T_{διακρ} = \dfrac{1}{|f_1 - f_2|} \text{ ή } \dfrac{1}{f_1 - f_2} \ (αφού \quad f_1 > f_2) \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{1}{100} = \dfrac{2}{f_1 + f_2} \Leftrightarrow f_1 + f_2 = 200 \\ 2 = \dfrac{1}{f_1 - f_2} \Leftrightarrow f_1 - f_2 = 0,5 \end{cases}$ προσθέτω κατά μέλη άρα

$$2 f_1 = 200,5$$

$f_1 = 100,25 Hz$ άρα $f_2 = 99,75 Hz$

B3. Σωστή η απάντηση iii

Αιτιολόγηση

Ελαστική κρούση m_1 και m_2 : $u'_1 = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_1$ και $u'_2 = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_1$

Μετά την ελαστική κρούση του m_2 με τον τοίχο απλά αντιστρέφεται η ταχύτητα, δηλαδή $\underline{u''_2 = u'_2}$. Από εκεί και μετά θα απέχουν σταθερή απόσταση, άρα θα έχουν ίσες ταχύτητες. Δηλαδή $u''_2 = |u'_1|$, αφού $u'_1 < 0$ (προς τα αριστερά)

$$u'_2 = |u'_1| \Leftrightarrow \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_1 = \frac{|m_1 - m_2|}{m_1 + m_2} \cdot u_1$$

$$2m_1 = |m_1 - m_2| \Leftrightarrow 2m_1 = m_2 - m_1 \quad (αφού \quad m_2 > m_1)$$

$$3m_1 = m_2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα βρίσκω ότι : $A = 5 \cdot 10^{-3} m$

$A' = 2A = 10 \cdot 10^{-3} m$ ενίσχυση

Επίσης $3T = 1,4 - 0,2 \Rightarrow T = 0,4s$ άρα $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0,4} \Rightarrow \boxed{f = 2,5Hz}$

Το κύμα από την πηγή 2 φτάνει στο φελλό τη στιγμή $t_2 = 0,2s$, άρα $\upsilon = \frac{r_2}{t_2} \Rightarrow r_2 = \upsilon t_2 = 5 \cdot 0,2 \Rightarrow \boxed{r_2 = 1m}$

Το κύμα από την πηγή 1 φτάνει στο φελλό τη στιγμή $t_1 = 1,4s$, άρα $\upsilon = \frac{r_1}{t_1} \Rightarrow r_1 = \upsilon t_1 = 5 \cdot 1,4 \Rightarrow \boxed{r_1 = 7m}$

Γ2. Επίσης $\upsilon = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{5}{2,5} \Rightarrow \boxed{\lambda = 2m}$

Για τις εξισώσεις του φελλού ισχύει $y = 0$ για $t < 0,2s$

$$y = y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 5 \cdot 10^{-3}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,4} - \frac{1}{2}\right)$$

$\Rightarrow y = 5 \cdot 10^{-3}\eta\mu(5\pi t - \pi)$ (S.I.) για $0,2 \le t < 1,4s$

και $y = y_1 + y_2 = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$

$$\Rightarrow y = 10 \cdot 10^{-3}\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{7-1}{2 \cdot 2} \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,4} - \frac{7+1}{2 \cdot 2}\right)$$

$$\Rightarrow y = 10^{-2}\cancelto{-1}{\sigma\upsilon\nu 3\pi} \cdot \eta\mu 2\pi(2,5t - 2)$$

$\Rightarrow y = -10^{-2}\eta\mu 2\pi(2,5t - 2)$ (S.I.) για $t \ge 1,4s$

Γ3. Από τη διατήρηση ενέργειας

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}Dy^2$$
$$\Rightarrow m\omega^2 A'^2 = m\upsilon^2 + m\omega^2 y^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \omega^2\left(A'^2 - y^2\right)$$
$$\Rightarrow |\upsilon| = \omega\sqrt{(2A)^2 - y^2} \Rightarrow |\upsilon| = \frac{2\pi}{T}\sqrt{(2A)^2 - y^2}$$
$$\Rightarrow |\upsilon| = 5\pi\sqrt{100\cdot 10^{-6} - 75\cdot 10^{-6}} \Rightarrow |\upsilon| = 5\pi\cdot 5\cdot 10^{-3}$$
$$\Rightarrow \boxed{|\upsilon| = 25\pi\cdot 10^{-3} m/s}$$

Γ4. Επειδή $f\,' = \frac{10f}{9}$

αλλάζει και το μήκος κύματος

$$\upsilon = \lambda' f\,' \Rightarrow \lambda' = \frac{\upsilon}{f\,'} \Rightarrow \lambda' = \frac{\upsilon}{\frac{10f}{9}} \Rightarrow \boxed{\lambda' = \frac{9}{10}\lambda}$$

$$\omega' = 2\pi f\,' \Rightarrow \omega' = 2\pi\cdot\frac{10f}{9} \Rightarrow \boxed{\omega' = \frac{10\omega}{9}}$$

Αλλάζει και το πλάτος του φελλού

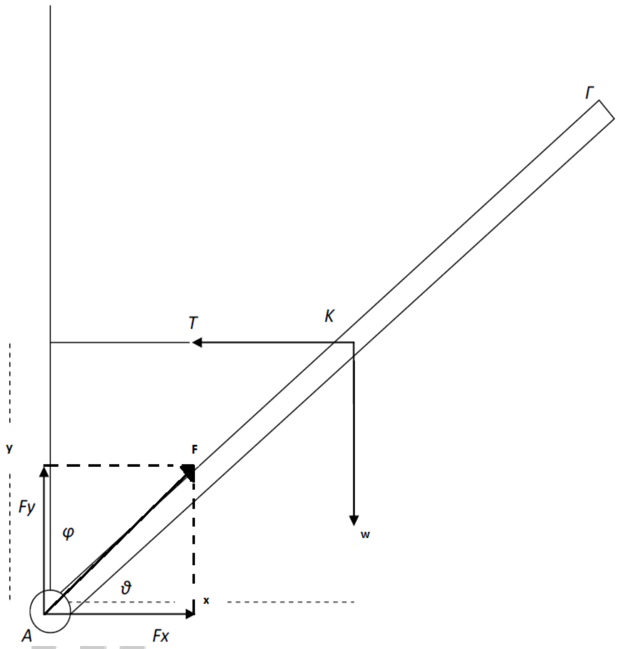
$$A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda'}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\cdot\frac{9}{10}\lambda}\right)\right| =$$
$$= 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{10}{9}\cdot 2\pi\frac{6}{4}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{10}{3}\pi\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi + \pi + \frac{\pi}{3}\right)\right|$$
$$\Rightarrow A' = 2A\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{A' = A}$$

Άρα

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon^2_{\max}}{\frac{1}{2}m\upsilon'^2_{\max}} = \frac{(\omega A')^2}{(\omega' A'')^2} = \frac{(\omega 2A)^2}{\left(\frac{10\omega}{9}A\right)^2}$$
$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\omega^2\cdot 4\cdot A^2}{\frac{100\omega^2}{81}\cdot A^2} \Rightarrow \boxed{\frac{k_1}{k_2} = \frac{81}{25}}$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. Ισορροπία



$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T \quad (1)$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y = w \Rightarrow F_y = mg \Rightarrow \boxed{F_y = 56N}$

$\Sigma \tau_{(\mathrm{A})} = 0 \Rightarrow \overset{0}{\cancel{\vec{\tau}_F}} + \vec{\tau}_T + \vec{\tau}_w = 0 \Rightarrow T \cdot y - wx = 0$

$\Rightarrow T \cdot \dfrac{l}{2} \sigma\upsilon\nu\varphi - mg\dfrac{l}{2}\eta\mu\varphi = 0$

$\Rightarrow \mathrm{T} \cdot 0{,}8 - 56 \cdot 0{,}6 = 0 \Rightarrow \mathrm{T} = \dfrac{56 \cdot 6}{8}$

$\Rightarrow \boxed{\mathrm{T} = 42\mathrm{N}}$

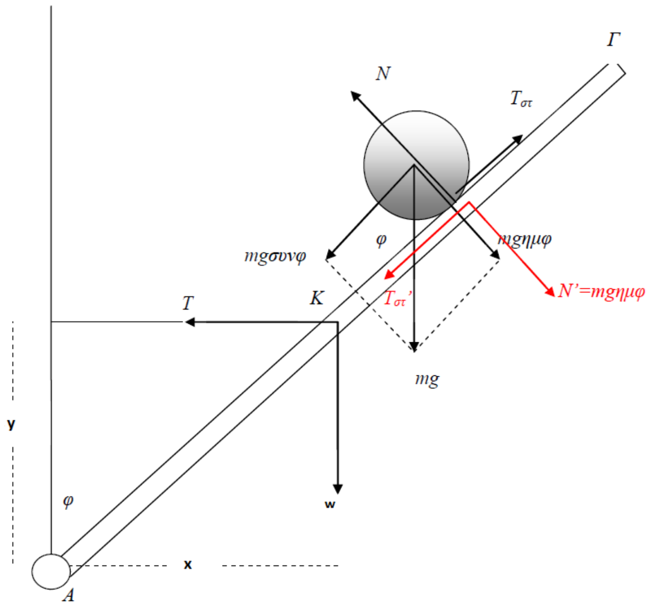
Άρα (1) $\boxed{F_x = 42N}$

Άρα $F = \sqrt{{F_x}^2 + {F_y}^2} \Rightarrow F = \sqrt{42^2 + 56^2} = \sqrt{7^2 \cdot 6^2 + 7^2 \cdot 8^2}$

$\Rightarrow \boxed{F = 70N}$

με κατεύθυνση $\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{F_y}{F_x} = \dfrac{56}{42} = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$

Δ2. Ισχύει $a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} R$ (2)



$$\Sigma F = m a_{cm} \Rightarrow w_x - T_{\sigma\tau} = m a_{cm}$$

$$\Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_{\sigma\tau} = m a_{cm} \quad (3)$$

$$\Sigma\tau = I a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \cancel{R} = \frac{2}{5} m \cancel{R^2} \frac{a_{cm}}{\cancel{R}}$$

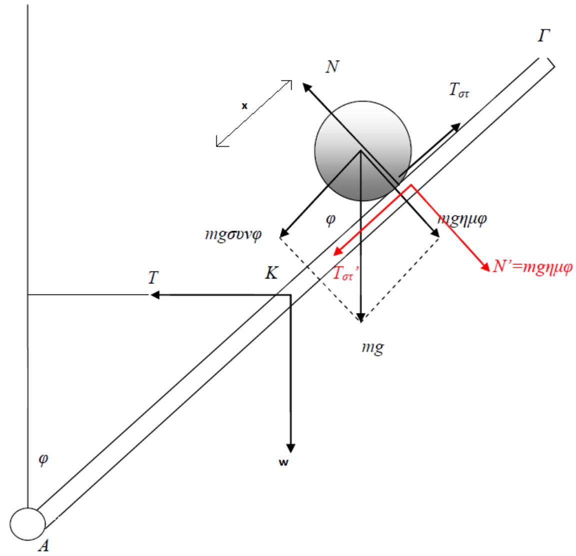
$$\Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{2}{5} m a_{cm} \quad (4)$$

$$(3)\quad \cancel{m} g\sigma\upsilon\nu\varphi - \frac{2}{5}\cancel{m} a_{cm} = m a_{cm} \Rightarrow g\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{7a_{cm}}{5}$$

$$\Rightarrow a_{cm} = \frac{5g\sigma\upsilon\nu\varphi}{7} = \frac{5\cdot 10\cdot 0{,}8}{7} \Rightarrow a_{cm} = \frac{40}{7} m/s^2$$

Άρα (2) $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_{cm}}{R} = \frac{\frac{40}{7}}{\frac{1}{70}} \Rightarrow \boxed{a_{\gamma\omega\nu} = 400\, rad/s^2}$ με φορά προς τα έξω

Δ3.



$$\Sigma\tau_{(A)}=0\Rightarrow \cancel{\tau_F}^{0}+\tau_{w_\rho}+\tau_{w_{\sigma\varphi}}+\tau_T=0$$

$$\Rightarrow -w\cdot\frac{l}{2}\eta\mu\varphi+T\cdot\frac{l}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi-m_{\sigma\varphi}g\eta\mu\varphi\cdot\left(\frac{l}{2}+x\right)=0$$

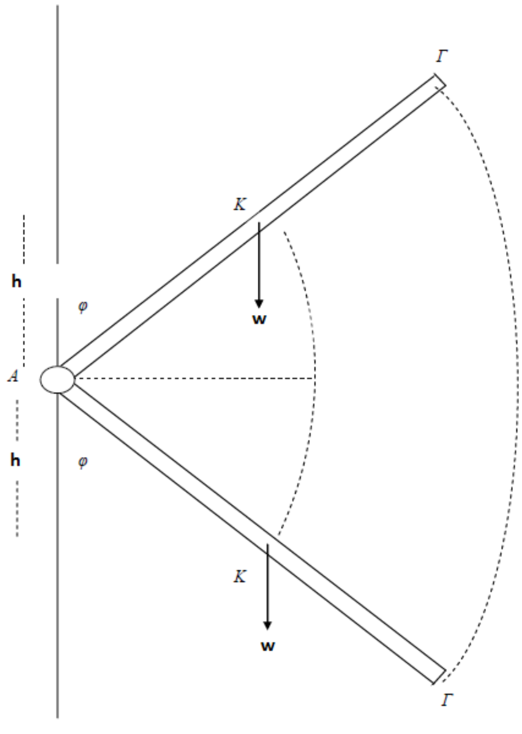
$$\Rightarrow -mg\frac{l}{2}\eta\mu\varphi+T\cdot\frac{l}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi-m_{\sigma\varphi}g\left(\frac{l}{2}+x\right)\eta\mu\varphi=0$$

$$\Rightarrow -56\cdot1\cdot0,6+T\cdot1\cdot0,8-4(1+x)\cdot0,6=0$$

$$\Rightarrow -33,6+0,8T-2,4-2,4x=0$$

$$\Rightarrow 0,8T=36+2,4x\Rightarrow T=45+3x \quad \text{(S.I.)}$$

Δ4. Ισχύει ότι $\frac{dk}{dt}=P_{\sigma\tau}=\Sigma\tau\cdot\omega=\tau_w\cdot\omega_T$ (5)



Από τη διατήρηση της ενέργειας έχουμε

$$\cancel{K_A}^{0}+U_A=K_T+\cancel{U_T}^{0}$$

$$\Rightarrow mg2h=\frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\Rightarrow \cancel{m}g2h=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cancel{m}l^2\omega^2$$

$$\Rightarrow 12gh=l^2\omega^2$$

$$\Rightarrow \omega^2=\frac{12gh}{l^2} \quad (6)$$

$$\sigma\upsilon\nu\varphi=\frac{h}{\frac{l}{2}}\Rightarrow h=\frac{l}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi$$

Άρα (6) $\omega^2=\frac{12g\cdot\frac{l}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi}{l^2}\Rightarrow\omega^2=\frac{6g\sigma\upsilon\nu\varphi}{l}\Rightarrow\omega^2=\frac{6\cdot10\cdot0,8}{2}$

$$\Rightarrow \boxed{\omega=2\sqrt{6}\,rad/s}$$

$$(5)\quad \frac{dk}{dt} = w \cdot \frac{l}{2} \cdot \eta\mu\varphi \cdot \omega = 56 \cdot 1 \cdot 0,6 \cdot 2 \cdot \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \frac{dk}{dt} = 67,2\sqrt{6}\ J/s$$

Δ5. $M' = 3M$ Επειδή στο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές η στροφορμή διατηρείται.

$$L_{\text{ΑΡΧ}} = L_{\text{ΤΕΛ}} \Rightarrow L_{1_{\text{ΑΡΧ}}} + \cancelto{0}{L_{2_{\text{ΑΡΧ}}}} = L_{\Sigma\Upsilon\Sigma}$$

$$\Rightarrow I_1 \cdot \omega = \left(I_1 + I_2\right)\omega_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$\Rightarrow \omega_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{\frac{1}{3}ml^2}{\frac{1}{3}ml^2 + \frac{1}{3}\cdot 3ml^2}\omega$$

$$\Rightarrow \omega_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{\frac{1}{3}ml^2}{\frac{4}{3}ml^2}\omega \Rightarrow \omega_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{\omega}{4} \Rightarrow \omega_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{2\sqrt{6}}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{\sqrt{6}}{2} rad/s}$$

$$K_{\text{ΟΛ}_{\text{ΑΡΧ}}} = K_{1_{\text{ΑΡΧ}}} + \cancelto{0}{K_{2_{\text{ΑΡΧ}}}} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}ml^2\omega^2$$

$$\Rightarrow K_{\text{ΟΛ}_{\text{ΑΡΧ}}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot 5,6 \cdot 4 \cdot 24 \Rightarrow \boxed{K_{\text{ΟΛ}_{\text{ΑΡΧ}}} = 89,6J}$$

$$K_{\text{ΟΛ}_{\text{ΤΕΛ}}} = \frac{1}{2}I_{\text{ΟΛ}}\omega^2{}_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}ml^2 + \frac{1}{3}3ml^2\right)\omega^2{}_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$\Rightarrow K_{\text{ΟΛ}_{\text{ΤΕΛ}}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}ml^2\omega^2{}_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow K_{\text{ΟΛ}_{\text{ΤΕΛ}}} = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{4}{\cancel{3}}\cdot 5,6 \cdot \cancel{4} \cdot \frac{\cancel{6}}{\cancel{4}}$$

$$\Rightarrow \boxed{K_{\text{ΟΛ}_{\text{ΤΕΛ}}} = 22,4J}$$

Άρα $\Delta\text{K} = K_{\text{ΟΛ}_{\text{ΤΕΛ}}} - K_{\text{ΟΛ}_{\text{ΑΡΧ}}} = 22,4 - 89,6 \Rightarrow \boxed{\Delta\text{K} = -67,2J}$

Στα $89,6J$ έχασε $67,2J$

στα 100 $\qquad x$

$$x = \frac{100 \cdot 67,2}{89,6} \Rightarrow x = 75\%$$